А. С. КОРЕЦЬКИЙ, А. І. ЛАНТУХ-ЛЯЩЕНКО, К. В. МЕДВЕДЄВ (НТУ, Київ)

АНАЛІЗ МОДЕЛЕЙ РОЗРАХУНКУ ТРУБ СИСТЕМИ «КОНСТРУКЦІЯ-ҐРУНТ»

Останнім часом в країнах Європи набули поширення конструкції гнучких труб та труб-мостів, несна здатність яких забезпечується завдяки пасивному опору грунту. В статті представлено аналіз існуючих моделей розрахунку гнучких труб, що працюють як система «конструкція-грунт», та наведено приклад розрахунку такої конструкції в програмному комплексі SCAD.

В последнее время в странах Европы стали чаще применятся конструкции гибких труб и труб-мостов, несущая способность которых обеспечивается пассивным сопротивлением грунта. В статье представлен анализ существующих моделей расчета гибких труб, работающих как система «конструкция-грунт», приведен пример расчета такой конструкции в программном комплексе SCAD.

Recently in the European countries the designs of flexible pipes and pipe bridges, the bearing capacity of which is provided by passive resistance of soil, have found more applications. The paper presents an analysis of existing models for calculating flexible pipes working as a system «construction-soil». The numerical example for calculating such construction design using software package SCAD is given.

Постановка проблеми

Робота присвячена аналізу моделей розрахунок труб і труб-мостів типу «конструкціягрунт». Введемо два специфічних терміни, що застосовуються в цій роботі: структура «конструкція-ґрунт» – споруда у якої конструкція оболонки труби виконується гнучкою, і її стійкість під зовнішнім навантаженням забезпечується повністю за рахунок пасивного опору грунту; труба-міст – структура «конструкціяґрунт» отвором 6...14 м для пропуску водотоку або транспорту, пішоходів, свійських та диких тварин.

Матеріалом таких конструкції частіш за все є сталь або пластик. Зауважимо, що для трубмостів сьогодні нерідко застосовуються також тонкостінні залізобетонні оболонки.

В останні два-три десятиріччя у всьому світі споруди «конструкція-ґрунт» набули широкого застосування в силу їх високої ефективності. Ці споруди поступово проникають і в транспортне будівництво України.

Такі труби мають незвичайну для теорії споруд розрахункову схему роботи конструкції в ґрунті. В силу того, що конструкція оболонки труби виконується гнучкою, її стійкість під зовнішнім навантаженням забезпечується за рахунок пасивного опору ґрунту (звідки і назва споруди: «конструкція-ґрунт»). Тобто, споруда може працювати тільки після засипки ґрунтом, а її напружено-деформований стан суттєво залежить від фізичних і механічних характеристик ґрунту. За поперечним перерізом конструкції поділяються передусім на замкнуті і незамкнуті. В свою чергу, замкнуті контури описуються кривими у вигляді: кола, еліпса, овоїда та інших, більш складних кривих. Не замкнуті перерізи утворюються як частини названих кривих, або ж як складені, які окрім кривих мають доповнення прямолінійними елементами.

В цій роботі розглядаються аналітичні моделі напружено-деформованого стану труб типу «конструкція-ґрунт» замкнутого кільцевого перерізу. В чому проблема?

Проектувальники України не мають досвіду проектування споруд «конструкція-ґрунт». Сьогодні перед проектувальником труби такого типу повстає непроста задача вибору аналітичної моделі напружено-деформованого стану. Літератури з розрахунку таких споруд практично немає. Наукоємна, вельми повчальна книга «Металлические гофрированные трубы под насыпями» [1], що вийшла в 1973 р. за редакцією проф. М. М. Колоколова (книга нині є бібліографічною рідкістю!), містить детально числову модель розрахунку за методом сил, запропоновану свого часу О. О. Потапкіним. Ця громіздка модель в сучасних умовах не застосовусться. Інші моделі, що наведені в докладному огляді, мають описовий характер і не можуть бути використаними безпосередньо.

Ще одна модель, що наведена в російській літературі, – модель нормативного документу 1978 р. ВСН 176-78 [2]. Розрахунок за моделлю, викладеною в ВСН, є апробований часом, застосовується і буде застосовуватися в майбу-

[©] Корецький А. С., Лантух-Лященко А. І., Медведєв К. В., 2010

тньому. Нижче ця модель розглядається детально.

В зарубіжній літературі проблема моделювання напружено-деформованого стану таких труб описується досить широко. Для прикладу наведемо посилання на монографію 2008 р. професора Вроцлавського технологічного університету Ч. Машельського [3] та фундаментальний підручник з будівельної механіки труб авторів Р. К. Ваткінса та Л. Р. Андерсона [4].

Загалом, більш-менш відомих моделей «конструкція-ґрунт» розрахунку труб замкнутого кільцевого перерізу є біля 20. Їх, дещо умовно, можна розділити на дві групи. Перша – моделі, за якими в конструкції оболонки допускаються пластичні шарніри. Це, як правило, моделі вчених Радянської школи. Друга група моделей зарубіжних вчених США, Канади, Норвегії, в яких приймається більш обережна пружна схема роботи труби. Зрозуміло, що зробити вибір серед такої кількості моделей без попереднього аналітичного дослідження є складним. Саме таке дослідження і є глобальною метою цієї роботи.

Ми маємо намір представити тут принципи побудови моделей «конструкція-грунт» та огляд найбільш розповсюджених з них, їх аналіз і, в такий спосіб, надати проектувальнику можливість свідомого вибору моделі.

Формулювання задачі статичного розрахунку структури «конструкція-ґрунт»

Структура, що розглядається, має дві принципові особливості напружено-деформованого стану:

 перша - в процесі навантаження гнучка, малої жорсткості оболонка конструкції деформується і єдиною перешкодою цим деформаціям є пасивний опір грунту;

– друга – розрахунковий переріз контуру труби не здатний нести моменти, тобто може працювати тільки на стиснення. Отже центральною задачею статичного розрахунку є визначення стискальних сил в перерізах конструкції труби і деформацій контуру при яких в перерізах не виникають (або є нехтовно малими) згинальні моменти.

Всі аналітичні моделі статичного розрахунку структури «конструкція-грунт» кільцевої форми базуються на гіпотезах:

 від тимчасового дорожнього навантаження і власної ваги стовпа засипки труби та пасивного опору ґрунту повздовжній переріз кільцевої конструкції в ґрунті є стисненим. Поява напружень розтягу в крайніх волокнах перерізу не допускається;

 радіальні деформації контуру перерізу є незначними по відношенню до діаметра кільця, а відтак, згинальні моменти в кільці приймаються нульовими і переріз кільця працює на центральне стиснення.

Базуючись на цих фундаментальних гіпотезах, аналітична модель встановлює залежність між зовнішнім навантаженням труби та пасивним опором ґрунту, таким, що забезпечує рівномірне центральне стиснення перерізу контуру труби. Одночасно, обмеження радіальних деформацій контуру труби має забезпечити стійкість оболонки труби.

Отже умови, що гарантують експлуатаційну надійність гнучких труб (за статичною рівновагою) мають вид:

$$q \le q_{\rm p}$$
; (1a)

$$\Delta D \le \Delta D_{\rm p}, \tag{16}$$

де q – зовнішнє радіальне навантаження на кільце; q_p – граничне радіальне навантаження на кільце; ΔD – радіальна деформація кільця; ΔD_p – гранична радіальна деформація кільця.

та



Рис. 1. Розрахункова схема кільця під рівномірно розподіленим тиском *q*

Критерії статичної рівноваги (1) для ідеалізованої розрахункової схеми рівномірно розподіленого навантаження q по контуру кільця (рис. 1) отримані з наступних рівнянь.

Диференційне рівняння рівноваги кільцевого бруса в полярних координатах має вид:

$$\frac{d^2\omega}{d\theta^2} + \omega = -\frac{M}{EI}r^2, \qquad (2)$$

де ω – радіальне переміщення; θ – кутова координата перерізу; M – згинальний момент; EI – жорсткість перерізу на згин; r – радіус кільця.

Якщо виразити момент в (2) через зовнішнє навантаження кільця q (див. рис. 1)

$$M = qr\omega \tag{3}$$

та ввести параметр

$$n = \sqrt{1 + \frac{qr^3}{EI}} , \qquad (4)$$

то рівняння (2) зводиться до виду:

$$\frac{d^2\omega}{d\theta^2} + n^2\omega = 0.$$
 (5)

Загальний інтеграл рівняння (5) має вид:

$$\omega = C_1 \cos n\theta + C_2 \sin n\theta \,. \tag{6}$$

Постійні С₁ і С₂ визначимо з граничних YMOB:

при

м
$$\theta = 0 \quad \frac{d\omega}{d\theta} = 0$$
, (7a)
при $\theta = \frac{\pi}{2} \quad \frac{d\omega}{d\theta} = 0$. (76)

та при

3 умови (7а) отримаємо $C_2 = 0$, з умови (7б) маємо:

$$-nC_1 \sin \frac{n\pi}{2} = 0. \tag{8}$$

(7б)

При втраті стійкості кільцевий брус має згин, отже ні $C_1 \neq 0$, ні $n \neq 0$, тобто в рівнянні (8) тільки $\sin \frac{n\pi}{2} = 0$. Це може бути за таких значень аргументу:

$$\frac{n\pi}{2} = \pi, 2\pi, 3\pi...$$
 (9)

Зі співвідношення (9) витікає, що мінімальне значення параметра n = 2. Тоді з (4) при n=2 визначається мінімальне критичне навантаження q_{cr} :

$$\sqrt{1 + \frac{q_{cr}r^3}{EI}} = 2$$
; $q_{cr} = \frac{3EI}{r^3}$. (10)

В цій моделі стискальне зусилля в довільному перерізі кільця на одиницю довжини труби дорівнює навантаженню з однієї половині труби

$$N = qr . \tag{11}$$

За цим зусиллям визначається необхідна площа поперечного перерізу.

Моделі, що розглядаються нижче, відрізняються від цієї академічної тим, що містять в собі також модель пасивного опору ґрунту, який, в загальному випадку, не є рівномірно розподіленим по контуру оболонки труби. Проте критерії (1а), (1б) та (10) є фундаментальними, і вони мають перевіряються при розрахунку системи «конструкція-ґрунт». Зрозуміло, що названі критерії для різних моделей дещо відрізняються. В задачі нашого дослідження входить порівняння моделей за названими критері-ЯМИ.

Аналіз моделей

Модель М. Шпенглера (Spangler, M. G.)

Це класична модель, найбільш розповсюджена в світі. Була запропонована в 1941 р. [5] і успішно застосовується і понині. Побудована на основі чисельних натурних експериментів, які виконувались в 30-х роках минулого століття деканом Університету штату Айова США Ансоном Mapctohom (Anson Marston) модель називається «теорія Марстоначасто Шпенглера» або «формула Айова». Гіпотези, покладені в основу моделі, формулюються так:

вертикальне навантаження по верху труби є рівномірно-розподіленим на ширині D = 2r (рис. 2);

горизонтальний пасивний опір ґрунту по боковим сторонам труби на секторі в 100° , прийнято за параболою з максимальною ординатою p_x ;

вертикальне зменшення діаметру труби _ приймається таким, що дорівнює горизонталь-HOMY $d_1 = \Delta x$.

Максимальна ордината горизонтального тиску ґрунту визначається залежністю:

$$p_x = \frac{\Delta x \cdot E'}{2r}, \qquad (12)$$

де Δx – горизонтальна лінійна деформація кільця; Е' – модуль горизонтальної деформації грунту (модуль пасивної деформації грунту).

Горизонтальна деформація труби Δx визначається за формулою:

$$\Delta x = K_1 \frac{K_B P_c r^3}{E_p I_p + 0.061 E' r^3},$$
 (13)

де К₁ – емпіричний коефіцієнт, що враховує появу додаткових радіальних деформацій, ви-

133

кликаних довготривалими процесами в ґрунті засипки; K_B – коефіцієнт умов обпирання труби на фундамент; P_c – вертикальне навантаження від ґрунту та тимчасового навантаження на одиницю *довжини* труби; r – середній радіус труби; E_p – модуль пружності матеріалу труби; I_p – момент інерції перерізу труби на одиницю довжини труби; E' – модуль горизонтальної деформації ґрунту засипки, $E' = e_p r$; e_p – модуль пасивного опору (відношення горизонтального тиску до пружної деформації).

Коефіцієнт умов роботи труби на фундаменті K_B в формулі (13) залежить від кута постелі труби α (рис. 2). Він змінюється в границях [0,083...0,110]. Для випадку фундаменту, що не змінює свою щільність в процесі експлуатації, приймають $K_B = 0,1$.



Рис. 2. Модель Шпенглера

Вертикальне навантаження від грунту та тимчасового навантаження на одиницю довжини труби:

$$P_c = 2r\left(p_v + p_g\right),\tag{14}$$

де p_v — вертикальне тимчасове рівномірнорозподілене на довжині 2r навантаження від рухомого транспорту; p_g — вертикальне рівномірно-розподілене на довжині 2r навантаження від власної ваги ґрунту.

Коефіцієнт що враховує появу додаткових радіальних деформацій викликаних довготривалими процесами в ґрунті засипки K_1 приймається рівним 1,5. В сучасних спорудах, де засипку виконують ґрунтом спеціально підібраного гранулометричного складу приймають $K_1 = 1, 0$.

Стискальне вертикальне зусилля в перерізі кільця площиною *X0Y* на одиницю довжини труби дорівнює половині навантаження від грунту та тимчасового навантаження

$$N = r\left(p_v + p_g\right). \tag{15}$$

Проектування оболонки труби зводиться до задоволення нерівностей (1а) та (1б). При цьому до постійних і тимчасових навантажень вводяться відповідні коефіцієнти надійності. Коефіцієнт надійності стиснених перерізів не вводиться. Проте виконується контроль величини напружень розтягу в крайніх волокнах перерізів. Моменти в перерізах мають значення:

$$M = 0,08 \, pr^2, \tag{16}$$

де $p = p_v + p_g$ – повне рівномірно-розподілене вертикальне навантаження на довжині 2*r*.

Модель ВСН 176-78

Ця модель, прийнята в нормативному документі ВСН 176-78 [2], орієнтована на розрахунок стальних гофрованих труб.

Гіпотези покладені в основу моделі формулюються таким чином:

– вертикальне навантаження по верху труби є рівномірно-розподіленим на ширині D = 2r (рис. 3);

 пасивний опір ґрунту розподілено по частині деформованого контуру труби;

 в граничному стані в оболонці труби утворюються пластичні шарніри;

 умовою міцності за першим граничним станом системи «конструкція-грунт» є задоволення нерівності

$$q \le q_{\rm p} , \qquad (17)$$

де q – розрахункова інтенсивність вертикального тиску ґрунту на трубу від постійних і тимчасових навантажень; q_p – розрахункова інтенсивність пасивного опору ґрунту (несуча здатність труби) за умови статичної рівноваги системи «конструкція-ґрунт».

Розрахункова інтенсивність – несна здатність труби визначається залежністю:

$$q_{\rm p} = K_{\rm yB} \cdot q_{\rm 1,p} \,, \tag{18}$$

де K_{yB} – коефіцієнт збільшення несної здатності труби за рахунок пружного пасивного опору грунту:

$$K_{\rm yB} = 1 + \frac{12.1 \cdot 10^{-4}}{\sqrt{G}}; \qquad (19)$$

*q*_{1,p} – розрахункова несна здатність труби заданої марки сталі в умовах без ґрунту засипки:



Рис. 3. Модель ВСН 176-78: 1 – недеформований контур труби; 2 – деформований контур труби

$$q_{1,p} = 0,032 \cdot 10^{16} \frac{W^2}{D^2};$$
 (20)

W – момент опору повздовжнього (на одиницю довжини труби) перерізу оболонки; D – діаметр труби по середній лінії гофрів; G – узагальнений показник жорсткості системи «конструкція-ґрунт»:

$$G = \frac{W}{D^2 E_{gr}}; \qquad (21)$$

*E*_{gr} – компресійний модуль деформації ґрунту засипки.

Граничне горизонтальне збільшення діаметра труби, що відповідає статичній рівновазі системи визначається залежністю аналогічній (13), отриманої для випадку епюри q_p за рис. 3:

$$\Delta D' = \frac{1.1q_p D^3}{0.96EI + 0.0052E_{gr} D^3},$$
 (22)

де E – модуль пружності сталі; I – момент інерції повздовжнього перерізу на одиницю довжини труби; q_p – характеристичне значення інтенсивності пасивного опору ґрунту за умови статичної рівноваги системи «конструкція-ґрунт».

Розрахунок труби на загальну стійкість за критерієм (10) зводиться до перевірки стисненого перерізу на дію розрахункової стискальної сили, з урахуванням коефіцієнта зниження несучої здатності з метою запобігання втрати стійкості оболонки труби. При цьому приймається, що оболонка є під дією *рівномірнорозповсюдженого навантаження по контуру труби*. Значення цього навантаження приймається рівним розрахунковій інтенсивності вертикального тиску ґрунту на трубу від постійних і тимчасових навантажень *q*. Умова стійкості має вид:

$$\frac{N}{\varphi A} \le 0,7R_0, \qquad (23)$$

де A – площа поперечного перерізу оболонки на одиницю довжини труби; φ – коефіцієнт зниження несучої здатності; R_0 – розрахунковий опір сталі на дію осьових сил; N – розрахункова, нормальна до перерізу, центрально прикладена сила

$$N = \frac{qD}{2}; \qquad (24)$$

де q - як і в нерівності (17), є розрахункова інтенсивність вертикального тиску грунту на трубу від постійних і тимчасових навантажень.

В нормативному документі ВСН 176-78 [2] наведено детально визначення коефіцієнта зниження несучої здатності ф.

Нескладно показати, що з точністю до постійного множника, нерівність (23) є критерієм (10).

Модель рівномірно обтисненого кільця

Ще одна широко розповсюджена модель носить назву «Теорія обтисненого кільця» (The Ring Compression theory). Автори цієї моделі Г. Вайт і Дж. Лауер [6] теоретично і експериментально показали, що нелінійна епюра горизонтального пасивного опору ґрунту по боковим сторонам труби в моделі Шпенглера (рис. 2) несуттєво впливає на загальний напружено-деформований стан оболонки труби. А відтак, при відповідно ущільненому ґрунті засипки і висоті засипки $h \ge 0,125D$ (рис. 1), класична модель (2) може застосовуватись з достатньою для практики точністю.

Значення рівномірно-розподіленого навантаження по контуру кільця в моделі приймається рівним

$$q = \left(p_v + p_g\right), \tag{25}$$

де p_v – вертикальне тимчасове рівномірнорозподілене на довжині 2r навантаження від рухомого транспорту; p_g – вертикальне рівномірно-розподілене на довжині 2r навантаження від власної ваги ґрунту.

Ця модель вже довгі роки прийнята в нормах проектування мостів США [7] і Канади [8].

Числовий приклад

Розрахунок сталевої гнучкої труби d = 2 м з хвилястим профілем стінки (рис. 4) виконано в програмному комплексі SCAD, що реалізує метод скінченних елементів.



Рис. 4. Поперечний профіль стінки труби

Для розв'язку задачі в плоскій постановці було створено розрахункову схему, що являє собою поєднання 3-х та 4-х кутних плитних елементів для моделювання ґрунтового масиву та бетонної основи, а також стержнів пласкої рами – для моделювання кільця труби (рис. 5). Для розподілу зосереджених сил навантаження НК100 було введено допоміжні стержневі елементи на поверхні ґрунтового масиву з фізикомеханічними характеристиками, що відповідають асфальтобетонному покриттю. Для відтворення кругової поверхні труби загальну довжину кола було поділено на 24 стержневих елементи, кожний довжиною 0,26 м.

Для забезпечення геометричної незмінюваності системи на крайні вузли по нижній та боковим граням ґрунтового масиву було накладено зв'язки, що обмежують відповідно вертикальні та горизонтальні переміщення.



Рис. 5. Розрахункова схема гнучкої труби в середовищі комплексу SCAD

Значення розрахункових навантажень, прикладених до розрахункової схеми, приведені до 1 м довжини труби, тому величина зосередженої сили від колеса НК100 дорівнює 12,5 т. Тиск на кільце від власної ваги грунту розраховується в програмному комплексі SCAD автоматично шляхом введення врахування власної ваги елементів. Епюра згинальних моментів та поздовжніх сил зображена на рис. 6 та 7.



Рис. 6. Епюра поздовжніх сил в кільці гнучкої труби



Рис. 7. Епюра згинальних моментів в кільці гнучкої труби

Розподіл напружень в грунтовому масиві та поле переміщень вузлів розрахункової схем від сумісної дії постійних та тимчасових навантажень зображено на рис. 8 та рис. 9.



Рис. 8. Поле напружень NZ



Рис. 9. Поле сумарних переміщень

БІБЛІОГРАФІЧНИЙ СПИСОК

- Металлические гофрированные трубы под насыпями [Текст] / Н. М. Колоколов и др. – М.: Транспорт, 1973.
- Инструкция по проектированию и постройке металлических гофрированных водопропускных труб [Текст]: ВСН 176-78. / Минтрансстрой СССР. – М.: 1978.
- Machelski, C. Modelowanie mostowych konstrukcji gruntowo-powlokowych [Teĸct] / C. Machelski. – Wroclaw: Dolnoslaskie Wydawnictwo Educacyjne, 2008.
- Watkins, R. K. Structural mechanics of buried pipes [Tekct] / R. K. Watkins, L. R. Anderson. – CRC Press LLC, USA. – 2000.
- Spangler, M. G. The structural design of flexible pipe culverts [Teκcr] / M. G. Spangler // Iowa Eng. Exp. Station Bulletin. – 153. – Iowa State, 1941.
- White, H. L. Corrugated Metal conduit as compressing ring [Tekcr] / H. L. White, J. P. Layer // Proc., Highway Research Board. – 1960. – 39. – P. 389-397.
- AASSHTO, Section 12, Soil-Corrugated Metal Structure Interaction Systems, American Association of State Highway and Transportation Officials [Teκct]. – Washington, D.C., 2000.
- Ontario Highway Bridge Design Code, Section 12, Soil-Corrugated Metal Structure Interaction System, Ministry of Transportation & Communication [Teкст]. – Ontario, 1996.

Надійшла до редколегії 20.04.2010. Прийнята до друку 23.04.2010.