

В. И. СЕНЬКО, д.т.н., профессор, БелГУТ (Республика Беларусь);

А. В. ПУТЯТО, к.т.н., доцент, БелГУТ (Республика Беларусь)

ОЦЕНКА ВОЗДЕЙСТВИЯ ПЕРЕВОЗИМЫХ СЫПУЧИХ ГРУЗОВ НА КУЗОВА ВАГОНОВ

На основі математичного моделювання поведінки сипучого тіла з використанням методу кінцевих елементів і принципів механіки твердого тіла виконані розрахунки навантаженості кузова вагона сипучим вантажем.

На основе математического моделирования поведения сыпучего тела с использованием метода конечных элементов и принципов механики твердого тела выполнены расчеты нагруженности кузова вагона сыпучим грузом.

On the base of mathematical modeling of the loose body behaviour using the finite-element method and principles of solid body mechanics the calculations of loading of wagon body by the loose freight are executed

Введение

При проведении прочностных расчетов кузовов грузовых вагонов в зависимости от их назначения и особенностей конструкции согласно «Нормам для расчета ...» [5] необходимо учитывать нагрузки, возникающие при воздействии транспортируемого груза на кузов вагона. При перевозке сыпучих грузов необходимо учитывать силы распора (давления) на стены.

Наиболее распространенным подходом в строительной механике сыпучих сред при определении давления на подпоры от действия сыпучего тела является теория Кулона [4], которая нашла широкое применение при расчете кузовов вагонов [5]. Однако при нормативном приложении давлений от перевозимого сыпучего груза не учитываются некоторые физико-механические свойства материала, например, связанные с когезией и дилатансией, что в ряде случаев может привести к существенной корректировке схемы нагружения. Кроме того, в процессе создания расчетной модели зачастую возникает сложность в приведении распределенной нагрузки к узлам, и во многих ситуациях эта процедура выполняется приближенно [2].

Нормативное приложение давления на стенки кузова вагона от сыпучих грузов претерпевало существенные изменения [3, 7]. В настоящее время согласно [5] в случае расчета кузова вагона при соударении торцевые стены и двери должны рассчитываться на равномерно распределенное по всей их площади динамическое давление насыпного груза, равное 0,35 грузоподъемности вагона при действии продольного ускорения 3,5g. Однако при расчете стены в общей системе кузова вагона весьма затрудни-

тельно распределение оставшихся 65% нагрузки от сил инерции сыпучего груза.

Среди существующих подходов к моделированию сыпучих (гранулированных) сред, можно выделить два основных направления:

- моделирование сыпучей среды континуальной системой;
- моделирование сыпучей среды системой твердых тел.

При реализации первого подхода широкое распространение получил метод конечных элементов с различными вариантами математического описания поведения материала сыпучей среды. К таким вариантам относятся представление сыпучей среды, описываемое уравнениями механики деформируемого твердого тела в упругой постановке с учетом «приведенных» характеристик материала (модуль упругости, плотность, коэффициент Пуассона) [8]; описание поведения сыпучего тела на основе уравнений гидромеханики [11]; применение модели материала Друкера-Прагера, описывающей пластическое деформирование среды [2] и прочие [6, 9].

Второй подход основан на использовании законов механики твердого тела. Здесь сыпучая, а в данном случае гранулированная среда, моделируется конечным числом взаимодействующих между собой гранул. Так встречаются работы, где все тела (гранулы), входящие в систему, представлены либо плоскими (круг, плоский многоугольник и др.), либо объемными (шар, объемный многоугольник и др.) [1, 10, 12]. Условием контакта между телами служит пересечение границ тел, что приводит к возникновению контактной силы, варианты, описания которой, могут быть весьма различны

(закон Герца, закон Кулона, упруго-диссипативное взаимодействие). При отсутствии контакта тела считаются невзаимодействующими.

Оба подхода имеют свои достоинства и недостатки. Первый подход ограничен в применении в виду того, что не учитывает напрямую геометрию частиц сыпучей среды, что необходимо в ряде задач. Однако второй подход в обычной постановке требует значительно больших вычислительных затрат.

Целью работы является разработка математических моделей с использованием различных подходов описания механики сыпучего тела для оценки нагруженности кузова вагона при перевозке сыпучего груза, а также выявление влияния различных физико-механических свойств на значения давлений на металлоконструкцию вагона.

Применение метода конечных элементов (плоская постановка)

Создана конечно-элементная модель, основанная на использовании гипотезы Друкера-Прагера, описывающей упругоидеальнопластическую среду, применение которой позволяет выполнять расчеты пластического деформирования при течении материала, при этом поверхность текучести не изменяется в процессе пластического деформирования.

Задача оценки статической и динамической нагруженности решалась в плоской постановке с использованием программного комплекса конечно-элементного анализа ANSYS. При формировании конечно-элементной сетки использован 4-х узловой конечный элемент PLANE42. Свойства материала сыпучего груза представлены следующими характеристиками [2]: плотность сыпучего груза, $\gamma = 1300 \text{ кг/м}^3$; угол естественного откоса, $\varphi = 30^\circ$; модуль упругости, $E = 10^6 \text{ Н/м}^2$; коэффициент Пуассона, $\mu = 0,27$; величина когезии, $c = 7200 \text{ Н/м}^2$; угол дилатансии, 0° . При моделировании материала стен кузова вагона исходили из предположения абсолютно твердого тела. С целью учета сцепления сыпучего груза со стенами кузова решалась контактная задача с коэффициентом трения в границе раздела «сыпучий груз – металл» равным 0,3. Особенностью контактной задачи является исключение возможности взаимного внедрения контактирующих сред. Геометрия сыпучего груза в продольной плоскости представлена прямоугольником со сторонами $2 \times 10 \text{ м}$. Разработанная конечно-элементная модель состоит из 2580 элементов, включая 284 кон-

тактных.

На первом этапе решена задача статической нагруженности кузова вагона сыпучим грузом. Полученные максимальные значения давлений на пол вагона тесно согласуются с теорией предельного равновесия сыпучего тела, но по мере приближения к торцевой стене значение давления снижается, что, видимо, обусловлено наличием трения между сыпучей средой и стеной вагона. Максимальное давление на торцевую стену зафиксировано на небольшом удалении от пола вагона, что согласуется с экспериментальными данными, приведенными в [4]. В то же время статическое давление на торцевую стену при вышеуказанных параметрах сыпучего груза оказались отличными от значений, получаемых по формуле, приведенной в «Номмах...» [5] и снижение его максимального значения достигает почти 40%. Учитывая в выражении закона Кулона отсутствие параметра оценки связанности сыпучей среды, проведена серия расчетов при варьировании значением когезии. На рис. 1 приведены зависимости распределения давления на стену вагона от высоты засыпки.

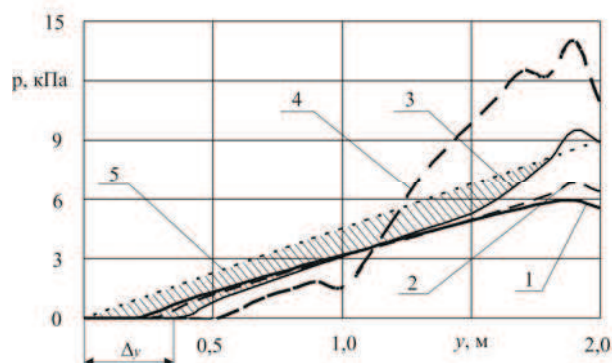


Рис. 1. Зависимости давления сыпучего груза на торцевую стену от высоты засыпки:
1 — $c = 7200 \text{ Н/м}^2$; 2 — $c = 4200 \text{ Н/м}^2$; 3 — $c = 3000 \text{ Н/м}^2$; 4 — $c = 2500 \text{ Н/м}^2$; 5 — по закону Кулона

Результаты расчетов показали, что при снижении уровня сцепляемости сыпучей среды, значения контактных давлений на торцевую стену существенно возрастают. В то же время, практически не изменяется давление, оказываемое на пол вагона. Полученное значение давления на стену вагона на уровне пола при практически отсутствующем уровне сцепляемости сыпучей среды (зависимость 5) тесно согласуется с теорией Кулона. По мере снижения уровня когезии, увеличивается величина уплотнения сыпучего тела $\Delta \rho$, что объясняет появления «поля уплотнения» (заштрихованная область) в расхождении результатов на рис. 1.

Исходя из зависимостей рис. 2, при определении максимального давления на стены вагона можно условно выделить три зоны состояния сыпучего тела в зависимости от уровня сцепления между его частицами. При величине когезии $c < 3000 \text{ Н/м}^2$ максимальные давления на торцевую стену существенно возрастают, предположительно, до значений, соответствующих гидростатическому давлению, что обусловлено преобладанием свойств жидкости, при которых касательные напряжения между частицами среды стремятся к нулю. II зона при $3000 < c < 5000 \text{ Н/м}^2$ следует считать переходной, где сыпучая среда частично обладает свойствами жидкости, но с наличием связанности между частицами. При рассмотрении III зоны ($c > 5000 \text{ Н/м}^2$) высокая связанность между частицами ведет к стабилизации максимального уровня давления на торцевую стену вагона.

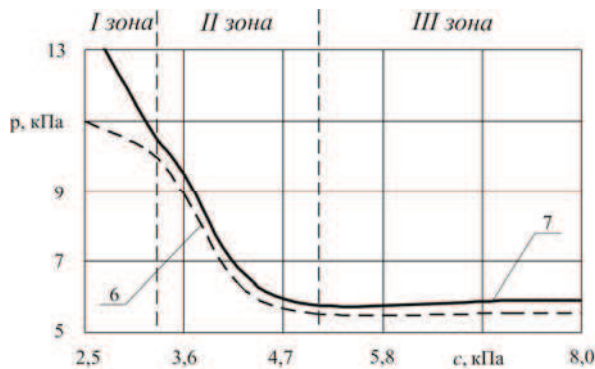


Рис. 2. Зависимости давления сыпучего груза на торцевую стену от величины когезии:
6 – давление на максимальной глубине засыпки; 7 – максимальное давление

Рассмотрим нагруженность кузова вагона сыпучим грузом при соударении вагонов. Согласно «Нормам...» при ударе следует учитывать возникающие силы инерции от действия продольного ускорения $3,5g$ в течение $0,3 \text{ с}$. Шаг по времени варьировался от $0,01$ до $0,0001 \text{ с}$. На рис. 3 представлены эпюры распределения контактного давления на полу и торцевой стене вагона.

Результаты расчета показали, что существенно большая доля нагрузки на пол приходится на $1/5$ часть длины кузова со стороны нагруженной стены и пренебрежительно малая на середину кузова. Нагруженность торцевой стены не носит равномерно распределенный характер и к наиболее нагруженной области следует отнести верхнюю обвязку.

Учитывая удовлетворительное совпадение результатов статической нагруженности кузова вагона, полученных с помощью разработанной

конечно-элементной модели с классическими методами строительной механики сыпучих тел, можно предположить, что полученное распределение давлений на пол и торцевую стену при соударении вагонов принципиально отражает реальную картину нагружения кузова вагона. Однако, плоские математические модели не позволяют оценить распределение давлений на боковые стены, что требует разработки уточненных объемных моделей, которые, возможно, приведут к корректировке полученных результатов.

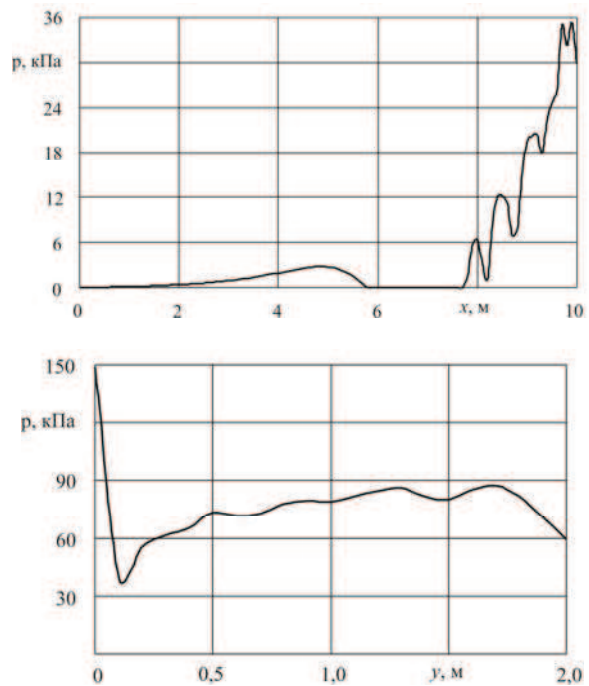


Рис. 3. Распределение давления сыпучего груза по полу и на торцевую стену

Применение метода конечных элементов (объемная постановка)

С целью уточнения полученных результатов разработана трехмерная конечно-элементная модель с использованием программного комплекса ANSYS. При формировании конечно-элементной сетки для моделирования сыпучего тела использован 8-ми узловой конечный элемент SOLID65, для стен и пола – 8-ми узловой конечный элемент SOLID185. Свойства материала сыпучего груза оставлены без изменения. При моделировании материала стен кузова вагона в качестве исходных данных введены значения модуля упругости $E = 2 \cdot 10^{11} \text{ Па}$, коэффициента Пуассона $\mu = 0,26$ и плотности $\rho = 7800 \text{ кг/м}^3$. При учете сцепления сыпучего груза со стенами кузова решалась контактная задача с коэффициентом трения в границе раз-

дела «сыпучее тело – металл» равным 0,3. Здесь также предусмотрено исключение возможности взаимного внедрения контактирующих сред. В силу симметричной расчетной схемы геометрия сыпучего груза представлена параллелепипедом со сторонами $b/2 \times h \times l = 1,44 \times 1,8 \times 12$ м. Разработанная конечно-элементная модель состоит из 8890 элементов, включая 1196 контактных. Учитывались возникающие силы инерции от действия продольного

ускорения $3,5g$ в течение 0,3 с [5]. Шаг по времени варьировался от 0,01 до 0,0001 с.

В результате проведенного расчета получены пространственные картины нагруженности торцевых и боковых стен, а также пола вагона для временного интервала до 0,3 с. На рис. 4 приведены поверхности нормальных контактных давлений на торцевую и боковую стены (рис. 4,а и 4,б), а также на пол вагона (рис. 4,в) в момент времени 0,3 с.

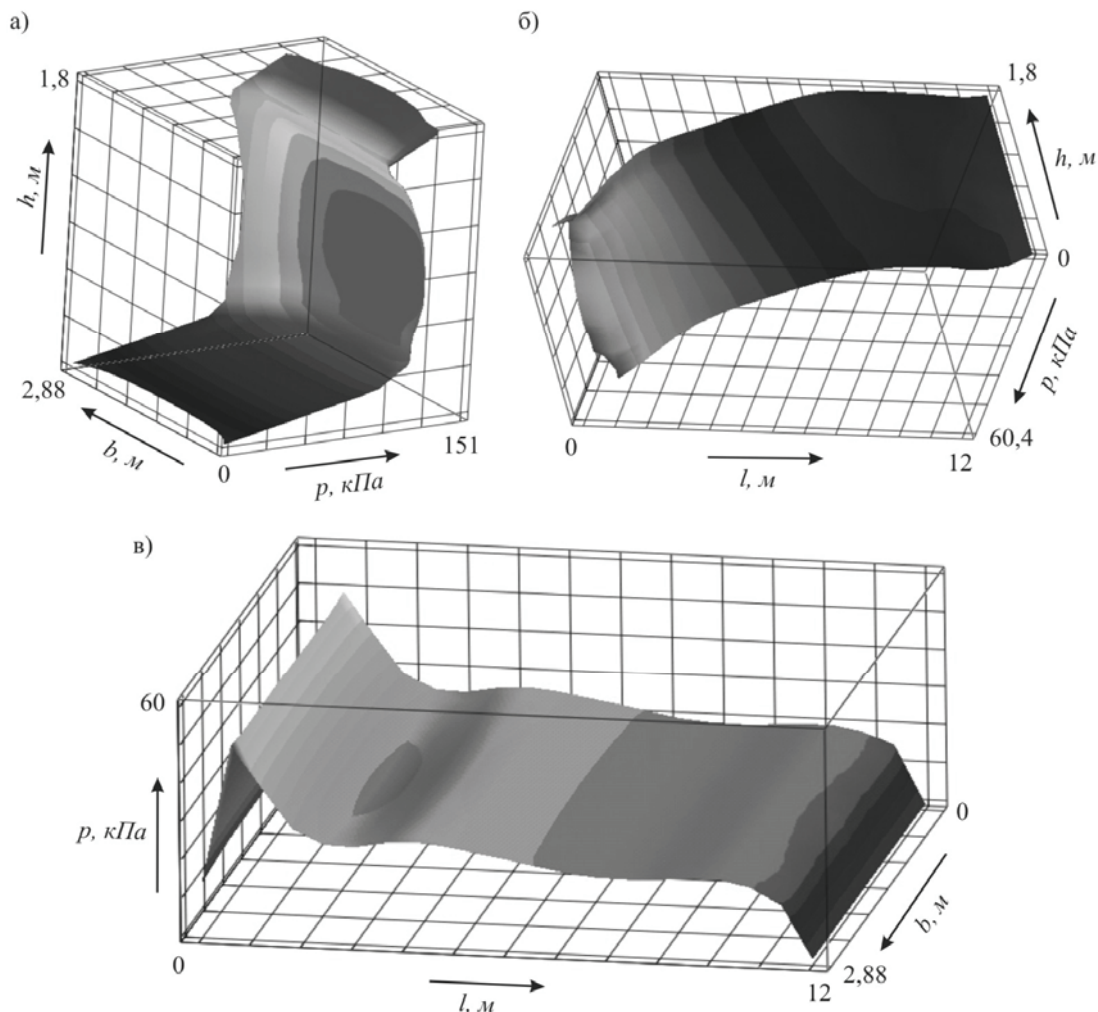


Рис. 4. Поверхности нормальных контактных давлений в момент времени 0,3 с:
а – на торцевой стене; б – на боковой стене; в – на полу

Как видно из представленных зависимостей распределение нормальных контактных давлений по торцевой стене не носит равномерного характера, рекомендуемого Нормами. В то же время, значение максимального давления (151 кПа), полученное с помощью разработанной модели, оказалось достаточно близким к значению удельного давления, рассчитанного по рекомендации Норм применительно к геометрическим параметрам виртуальной модели (170 кПа).

Анализируя изменение значений нормальных давлений на торцевой стене по высоте за-

сыпки h_z сыпучего тела в продольной плоскости симметрии установлено, что максимальное давление реализовано на высоте равной $0,33h_z$ от уровня засыпки, причем от пола до засыпки на уровне $0,12h_z$ зафиксирован высокий градиент роста контактного давления и далее значения давлений плавно возрастают до указанного выше максимального значения. На интервале высот от $0,12h_z$ до $0,89h_z$ изменение контактного давления можно интерполировать пологой параболой со снижением давления от максимального значения на верхней границе рас-

смаатриваемого высотного интервала на 27%. На оставшемся интервале высот от $0,89h_3$ до h_3 наблюдается практически линейный рост величины нормальных контактных давлений до значения равного 97% от максимального, указанного выше.

Рассматривая послойное распределение нормальных контактных давлений по торцевой стене по ширине вагона следует отметить, что максимальные давления имеют место в середине и снижаются по мере приближения к боковым стенам, причем с приближением к верхним слоям засыпки разница между максимальным и минимальным значениями контактных давлений по ширине стены уменьшается (рис. 5). Исключением является верхний слой, где вышеуказанная разница несколько возрастает. Указанное снижение давления можно объяснить увеличением сил трения между боковой стеной и частицами сыпучего тела за счет роста сил распора по мере приближения к боковым стенам. Кроме того, с ростом межчастичного давления возрастает роль когезионной составляющей. Эффект «давления верхнего слоя» объясняется снижением вертикальной составляющей давления в сыпучем грузе по мере приближения к верхнему слою засыпки и снижением, как следствие, сил распора.

Таким образом, картина нагруженности средней области торцевой стены наиболее близка к равномерно распределенному характеру давлений, что можно объяснить приведением части внутреннего объема сыпучего тела к квазисыпучему состоянию, при котором сравнительно малы относительные перемещения частиц в продольной слое. Наличие высокого градиента роста значений контактного давления от пола до $0,12h_3$ объясняется высо-

кими значениями сил трения между полом и сыпучим телом вследствие высокого значения вертикальной составляющей от силы тяжести груза.

По мере приближения к верхнему слою снижается воздействие сил тяжести от груза и доминирует продольная составляющая сил инерции груза, что приводит к увеличению относительной подвижности между слоями груза (в области торцевой стены) и к росту послойных скоростей и ускорений, следствием чего является увеличение продольных инерционных нагрузок и рост контактных давлений на торцевую стену в верхней области засыпки. Вышесказанное подкрепляется анализом кинематических параметров слоев сыпучего тела. На рис. 6,а приведены схема контрольных точек сыпучего тела в верхней области средней продольной плоскости, и зависимости их перемещений от времени переходного процесса (рис. 6,б).

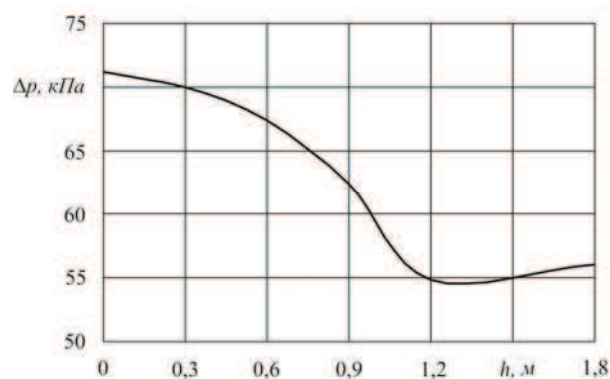
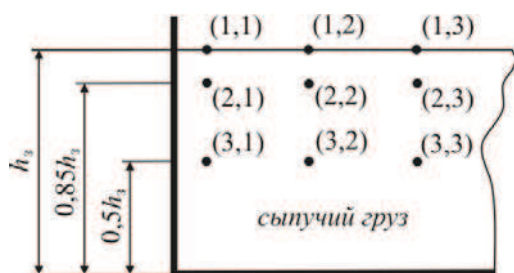
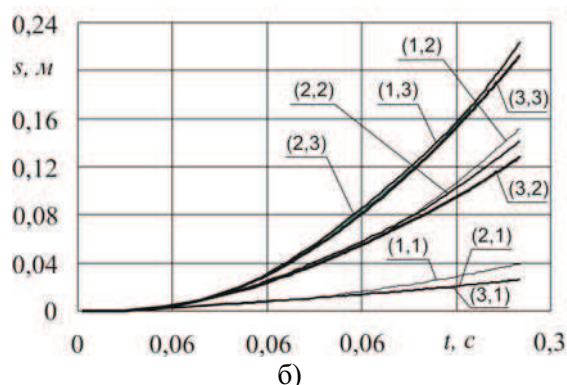


Рис. 5 – Зависимость разницы максимального и минимального значений нормальных контактных давлений по ширине торцевой стены от высоты засыпки груза



а)



б)

Рис. 6 – Анализ кинематических параметров сыпучего тела

Для дальнейшего определения скоростей и ускорений контрольных точек зависимости перемещений, построенные по результатам чис-

ленного расчета, аппроксимированы полиномами третьей степени с величиной достоверности $R^2 = 0,999$. Их дальнейшее дифференциро-

вание по времени показало, что при удалении от торцевой стены к середине вагона наблюдается снижение послойной разницы скоростей, а у частиц верхнего слоя рост ускорений. В то же время, с переходом к нижним слоям ускорения частиц падают, причем при послойном рассмотрении области вблизи торцевой стены (точки (1,1), (2,1) и (3,1)) установлено, что в первом и третьем слоях ускорения возрастают с различной интенсивностью, а во втором слое снижаются практически до нуля. Таким образом, кинематический анализ позволил объяснить наличие эффекта «давления верхнего слоя». Следует отметить, что вышеуказанный эффект имеет место при наличии продольного ускорения более $1,37g$ (рис. 7). Нормальные контактные давления на боковую стену по мере приближения к нагруженной торцевой стене нелинейно возрастают по зависимости достоверно аппроксимирующей полиномом пятой степени. Рассматривая характер изменения контактных давлений от пола до свободной поверхности сыпучего тела, имеет место незначительное уменьшение давлений, обусловленное снижением сил распора.

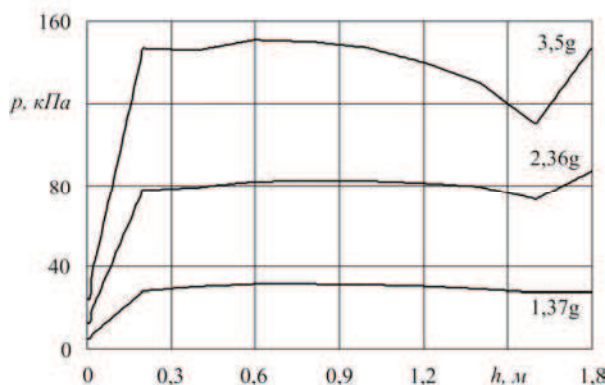


Рис. 7. Зависимость давления на торцевую стену в средней плоскости от уровня засыпки груза

Распределение нормальных контактных давлений по полу вагона представлено на рис. 4,в. Максимальное значение давлений получено на расстоянии равном $0,018l \approx 0,22$ м, далее по мере удаления от торцевой стены наблюдается практически линейное снижение давлений в 3 раза, а затем с пологом экстремумом имеет место незначительное снижение давлений. Далее на интервале от $0,95l$ до l имеет место линейное снижение давлений практически до нуля.

При рассмотрении распределения нормальных давлений по полу вагона в поперечной плоскости наблюдается незначительное возрастание значений давлений от средней части к боковым стенам, причем с удалением от наружной стороны оно практически сглаживает-

ся.

Установлено, что принципиальная картина распределения давлений от сил трения (касательных) аналогична распределению контактных давлений. Для проверки полученных результатов рассмотрено квазистатическое состояние сыпучего тела с учетом пренебрежения нагрузок, действующих на разгружаемую торцевую стену, для которого можно записать

$$\sum_V \bar{F}^{\Gamma p} + \sum_{i=1}^k \bar{R}_i^T + \sum_{i=1}^n \bar{R}_i^B + \sum_{i=1}^r \bar{R}_i^{\Pi} = \sum_V \bar{P}^{\Gamma p},$$

где $\sum_V \bar{F}^{\Gamma p}$ – результирующая внешних сил, действующих на объем V сыпучего груза; $\sum_{i=1}^k \bar{R}_i^T$ – результирующая реакция торцевой стены; $\sum_{i=1}^n \bar{R}_i^B$ – результирующая реакция боковой стены; $\sum_{i=1}^r \bar{R}_i^{\Pi}$ – результирующая реакция пола вагона; $\sum_V \bar{P}^{\Gamma p}$ – результирующая сила инерции объема V сыпучего тела; k, n, r – число узлов на торцевой стене, боковой стене и полу вагона, соответственно.

На рис. 8 изображена схема распределения действующего силового поля на загруженный кузов вагона, расщепленного на вертикальную и горизонтальную составляющие.

Проведенные численные расчеты показали, что при рассмотрении мгновенной остановки полувагона, загруженного сыпучим грузом 42% от внешней продольной нагрузки сыпучего груза ($3,5gm_{cp}$) приходится на кузов и 58% следует отнести к силам инерции груза, результирующая которых направлена противоположно действующему внешнему силовому полю. В то же время вертикальная загруженность кузова от вертикальной внешней нагрузки ($m_{cp}g$) соответствует практически 100%. Рассматривая долевое соотношение продольной нагрузки, приходящейся на кузов, установлено, что 63% приходится на торцевую стену, 23% на пол и 14% на боковые стены. Вертикальная нагрузка приходится на пол вагона, а также незначительная часть на торцевую и боковые стены, причем с обратным знаком, что обусловлено силами трения между сыпучим телом и металлоконструкцией.

Представление сыпучего тела системой твердых тел

Апробируем применения второго подхода к оценке нагруженности кузова грузового вагона сыпучим грузом.

Для решения поставленной задачи разработана квазиплоская твердотельная динамическая модель, состоящая из кузова размером $12 \times 2 \times 0,4$ м, представленного пятью абсолютно твердыми пластинами, в котором находится 150 сферических гранул $\varnothing 0,4$ м (рис. 9) с плотностью материала 1300 кг/м^3 . Для обеспечения

взаимодействия гранул друг с другом и с элементами кузова в модели задано 605 контактных пар, причем статический коэффициент трения среды «гранула-гранула» равен 0,58, а среды «гранула-кузов» – 0,3. Рассматривался случай ударного взаимодействия кузова (согласно «Нормам...» $a^T = -3,5g$) при движении с начальной скоростью 10 м/с на протяжении 0,3 с.

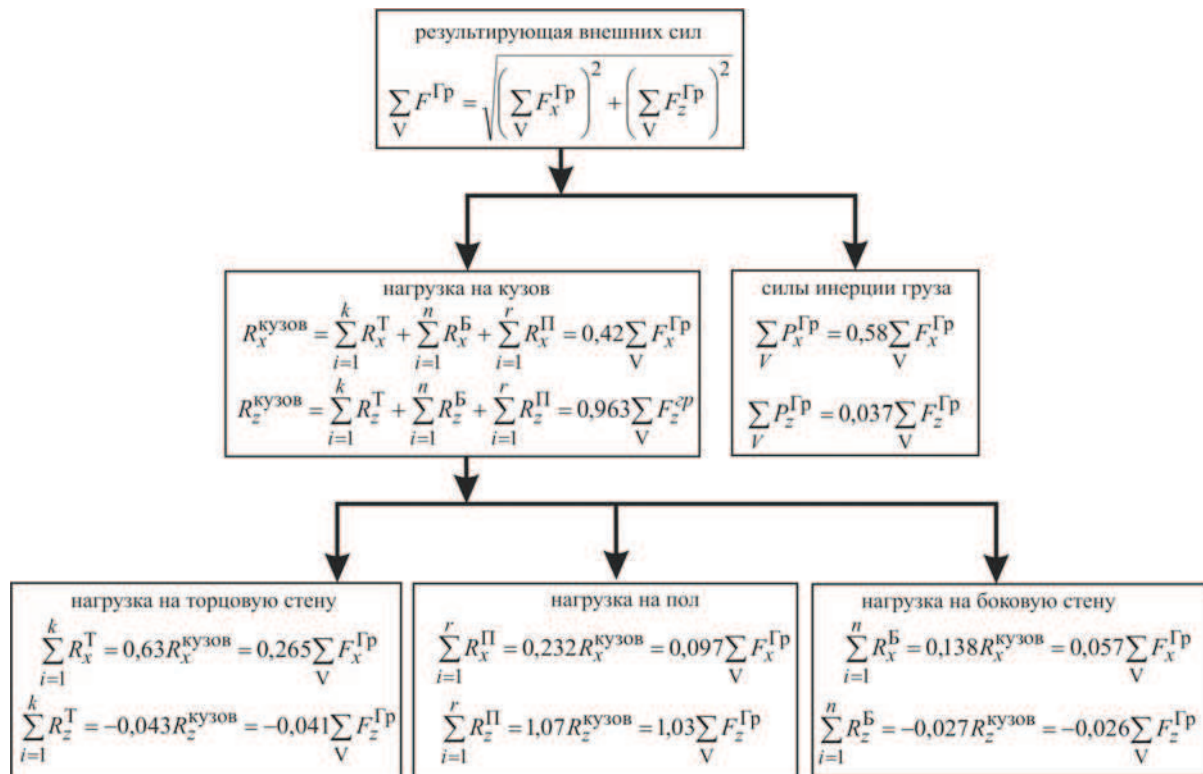


Рис. 8. Схема распределения действующего силового поля

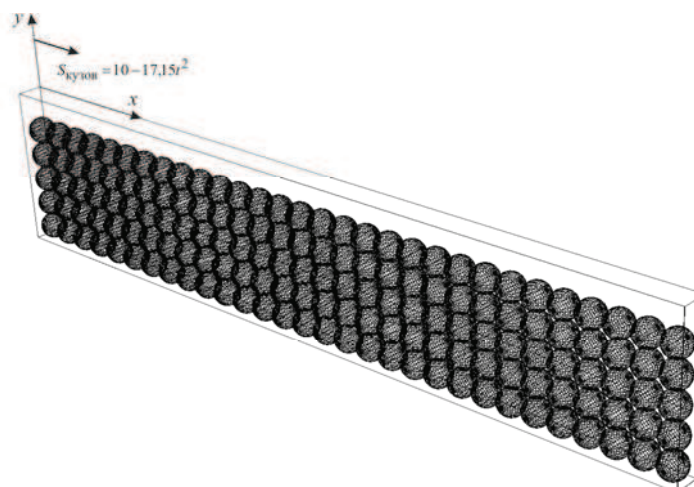


Рис. 9. Твердотельная квазиплоская динамическая модель

В модели контактного взаимодействия сила трения $F_{\text{тр}}$ определяется законом Кулона, в свою очередь нормальная сила N представляет собой аналог механического пружинного демпфера и определяется зависимостью $N(n, \dot{n}, k, c, d)$. Здесь n , \dot{n} – перемещение и скорость в направлении нормальной силы, k – жесткость, c – коэффициент демпфирования, d – глубина внедрения. Изменение приведенных параметров позволяет управлять характером контактного взаимодействия и приблизить его к физическим свойствам сыпучего тела.

Главный вектор сил действующих на i -ю гранулу

$$\bar{F}_i = \sum \bar{F}_{\text{тp}i} + \sum \bar{N}_i + \sum \bar{F}_{\text{кi}} + \bar{G}_i,$$

где $\sum \bar{F}_{\text{тp}i}$ – силы трения i -ой гранулы с соседними частицами; $\sum \bar{N}_i$ – нормальные силы взаимодействия i -ой гранулы; $\sum \bar{F}_{\text{кi}}$ – нормальные и касательные силы в случае взаимодействия с кузовом вагона; \bar{G}_i – сила тяжести i -ой гранулы.

Момент главного вектора касательных составляющих сил

$$M_i(\bar{F}_i^{\tau}) = \sum \bar{n} r_i \times \bar{F}_{\text{тp}i} + \sum \bar{n} r_i \times \bar{F}_{\text{кi}}^{\tau},$$

где \bar{n} – единичный вектор, направленный нормально к линии контакта; r_i – радиус гранулы; $\bar{F}_{\text{кi}}^{\tau}$ – сила трения в области контакта i -ой гранулы с кузовом.

Решение поставленной задачи реализовано в программном комплексе ADAMS.

Основные результаты расчетов приведены на рис. 10 и 11.

Анализ результатов динамической нагруженности торцевой стены гранулами груза показал, что максимальные нормальные силы возникают на некотором расстоянии от пола. В нашем случае это второй ряд гранул на высоте 0,6 м (рис. 10,а). Далее с последующим увеличением высоты максимальные значения нормальных сил уменьшаются. Экстремум нормальных сил, действующих на торцевую стену, становится более ярко выраженным с увеличением времени (рис. 10,б).

На рис. 11 приведены зависимости нормальных сил, действующих на пол от времени и от длины кузова l (отсчет длины от нагруженной тоцевой стены). Временные графики показывают, что с удалением от нагруженной торцевой стены до расстояния $l = 2,2$ м макси-

мальные нормальные силы на пол возрастают, а затем снижаются. При рассмотрении нагруженности пола по длине кузова для различных временных срезов получены достаточно сложные зависимости, выраженная полиэкстремальность которых связана, по-видимому, с выдавливанием нижних гранул. В то же время зафиксировано, что наиболее нагруженная область пола расположена в области $0 \leq l \leq 2,6$ м (в нашем случае отсчет идет от 0,2 м, что связано со степенью дискретизации модели). Силы, действующие на пол в других местах кузова пренебрежимо малы.

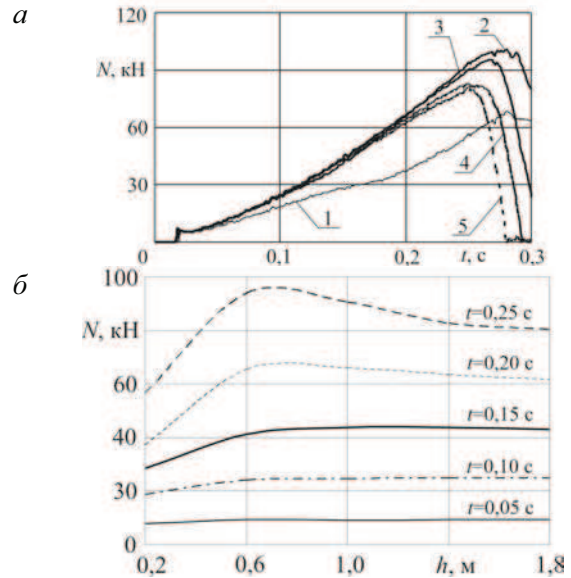


Рис. 10. Зависимости нормальных сил на торцевую стену от времени (а) и от ее высоты (б):

$1 - h = 0,2$ м; $2 - h = 0,6$ м; $3 - h = 1,0$ м; $4 - h = 1,4$ м; $5 - h = 1,8$ м

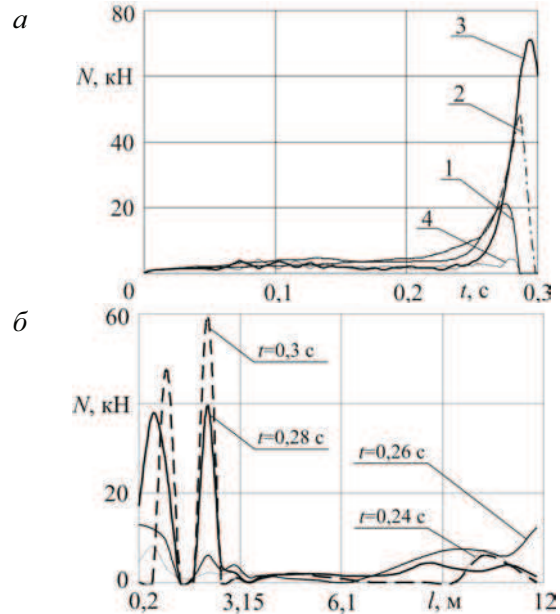


Рис. 11. Зависимости нормальных сил на пол от времени (а) и от длины кузова (б): $1 - l = 0,2$ м; $2 - l = 0,6$ м; $3 - l = 2,2$ м; $4 - l = 2,6$ м

Выводы

Полученные результаты конечноэлементного моделирования отражают принципиальную картину распределения нагрузки по кузову полувагона при рассмотрении случая ударного взаимодействия вагонов. Однако, учет особенностей динамики единиц подвижного состава, связанных с характеристиками ударно-тягового и ходового оборудования, а также рассмотрение различных физико-механических свойств перевозимого груза, возможно, приведет к уточнению полученных результатов.

В целом, качественная картина результатов, полученных при твердотельном моделировании, оказалась близкой к результатам, полученным на основе решения задачи методом конечных элементов при представлении сыпучей среды моделью Друкера-Прагера. В дальнейшем планируется изменение степени дискретизации гранулированной среды и разработка динамической модели с учетом ширины кузова, что позволит оценить нагруженность сыпучим грузом боковых стен, а также уточнить полученные значения нормальных сил.

Полученные результаты могут быть использованы при проведении прочностных расчетов кузовов грузовых вагонов.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Бидуля, А. Л. Компьютерное моделирование железнодорожного балласта в плоской твердотельной постановке [Электрон. ресурс] – 2004 / А. Л. Бидуля, Д. Г. Агапов, Д. Ю. Погорелов. – Режим доступа: http://umlab.ru/download/docs/rus/agarov_vestnik.pdf.
2. Занкович, А. В. Применение метода конечных элементов для моделирования сыпучего тела при исследовании нагруженности кузовов вагонов [Текст] / А. В. Занкович, А. Э. Павлюков // Безопасность движения, совершенствование конструкций вагонов и ресурсосберегающие технологии в вагонном хозяйстве: сб. науч. тр. – Екатеринбург: УрГУПС, 2003. – С. 143-147.
3. Иванов, А. В. Оценка схем расчетного нагружения торцовых стен и дверей грузовых вагонов

от действия сыпучего груза [Текст] / А. В. Иванов, Н. И. Миронов, С. И. Пашарин // Проблемы совершенствования вагонных конструкций и методов их исследования: сб. науч. тр. – М.: ВНИИВ, 1984. – С. 14-21.

4. Клейн Г. К. Строительная механика сыпучих тел. [Текст] / Г. К. Клейн. – М.: Строиздат, 1977. – 256 с.
5. Нормы для расчета и проектирования вагонов железных дорог МПС колеи 1520 мм (несамоходных) [Текст] / ГосНИИВ-ВНИИЖТ. – М., 1996. – 319 с.
6. Павлюков, А. Э. Расчетно-экспериментальная методика оценки напряженно-деформированного состояния торцевой стены полувагона [Текст] / А. Э. Павлюков, В. Ф. Лапшин // Повышение надежности, совершенствование ремонта и технического обслуживания: сб. науч. тр. – Екатеринбург: УрГУПС, 1996. – Вып. 4 (86). – С. 83-97.
7. Путятю, А. В. Методы моделирования и расчетные схемы нагруженности кузовов вагонов при перевозке сыпучих грузов [Текст] / А. В. Путятю, В. В. Белогуб // Механика. Научные исследования и учебно-методические разработки: сб. науч. тр. – Гомель: УО «БелГУТ», 2007. – Вып. 1. – С. 45-53.
8. Путятю, А. В. Нагруженность кузова вагона при транспортировке сыпучих грузов [Текст] / А. В. Путятю, А. О. Шимановский // Науч.-техн. межд. журн. «Теоретическая и прикладная механика». – Мн., 2007. – Вып. 22. – С. 149-151.
9. Садовская, О. В. Математическое моделирование в задачах механики сыпучих сред [Текст] / О. В. Садовская, В. М. Садовский. – М.: Физматлит, 2008. – 368 с.
10. Gavrilov, D. Object-oriented library for simulation of granular-type materials [Текст] / D. Gavrilov // Proc. of the 1994 Summer Computer Simulation Conf. – San Diego: CA., 1994. – P. 51-56.
11. Verruijt, A. Soil mechanics [Текст] / A. Verruijt. – Delft University of Technology, 2001. – 340 p.
12. Vinogradov, O. G. Explicit equation of motion of discrete system of disks in two dimensions [Текст] / O. G. Vinogradov // J. of Engineering Mechanics. – 1993. – Vol. 118, № 9. – P. 1850-1858.

Поступила в редколлегию 17.07.2009