

С. В. МЯМЛИН (ДИИТ), Н. Е. НАУМЕНКО (ИТМ НАН и НКА Украины, Днепропетровск), А. А. НИКИТЧЕНКО (ООО «ГСКБВ», Мариуполь)

## ПОСТРОЕНИЕ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ ФРИКЦИОННО-ПОЛИМЕРНОГО ПОГЛОЩАЮЩЕГО АППАРАТА

Розглянуто алгоритм побудови математичної моделі роботи фрикційного поглинального апарату.

Рассмотрен алгоритм построения математической модели работы фрикционного поглощающего аппарата.

The algorithm of construction of mathematical model for operation of a friction shock absorber is considered.

При проектировании подвижного состава железных дорог, особенно грузовых вагонов, очень важно обеспечить необходимые прочностные качества основных элементов несущих конструкций. При этом основным воздействием на конструкцию вагона, кроме вертикальных усилий со стороны пути, являются продольные силы, возникающие при переходных режимах движения. Основным элементом, который воспринимает продольные усилия в конструкции вагона, является поглощающий аппарат автосцепки. Во многом динамическая нагруженность вагона определяется именно техническими характеристиками поглощающего аппарата, поэтому, кроме создания новой конструкции, актуальным является создание математической модели его работы. Далее рассмотрим основные требования нормативной документации к поглощающим аппаратам и процедуру формирования математической модели их работы.

В соответствии с отраслевым стандартом ОСТ 32.175-2001 «Аппараты поглощающие автосцепного устройства грузовых вагонов и локомотивов», поглощающие аппараты по основным техническим показателям делятся на 4 класса Т0, Т1, Т2, Т3 [1–3].

В настоящее время ОАО «Азовмаш» серийно выпускает поглощающий аппарат модели АПМ-110-К-23, принадлежащий к классу Т0.

В соответствии с новыми требованиями ОАО «РЖД», аппараты класса Т0 могут использоваться только при регламентных ремонтных работах на вагонах, установка их на вагоны новой постройки запрещена.

Поэтому, в ближайшее время наиболее широкое распространение должны получить поглощающие аппараты класса Т1, предназначенные для установки на вагоны общего пользования: полувагоны, крытые вагоны, вагоны-платформы и другие.

Вот почему перед ОАО «Азовмаш» остро стоит необходимость создания поглощающего аппарата класса Т1 собственной конструкции.

Перспективным направлением создания аппаратов такого класса является замена подпорных пружин в пружинно-фрикционных аппаратах полимерными элементами. Использование полимерного упругого блока повышает полноту и энергоемкость силовых характеристик поглощающего аппарата. Это достигается за счет повышения жесткости подпорного комплекта. Кроме того, демпфирующие свойства полимеров значительно снижают фрикционные автоколебания, сопровождающие ударное сжатие. Также достоинством такого решения является простота конструкции, технологии изготовления и относительно низкая стоимость.

При ближайшем рассмотрении требований ОСТ 32.175-2001 «Аппараты поглощающие автосцепного устройства грузовых вагонов и локомотивов» можно заметить, что в него заложены несколько противоречивые требования по максимальной и номинальной энергоемкости поглощающих аппаратов класса Т1. С одной стороны, при усилии не более 2,0 МН должна быть достигнута энергоемкость не менее 70 кДж, а при полном ходе или усилии не более 3,0 МН должна быть достигнута энергоемкость не менее 90 кДж. Таким образом, при недостаточной жесткости подпорного комплекта не будут достигнуты требуемые показатели энергоемкости, а при завышенной жесткости будут превышены сжимающие силы.

Вот почему важной задачей является определение жесткости подпорного комплекта. Приведенная в данной статье методика позволяет определить требуемую жесткость подпорного комплекта, чтобы в полной мере обеспечить нормируемые показатели.

Принципиальная схема упруго-фрикционного поглощающего аппарата, оборудованного пакетом упругих элементов, представлена на рис. 1.

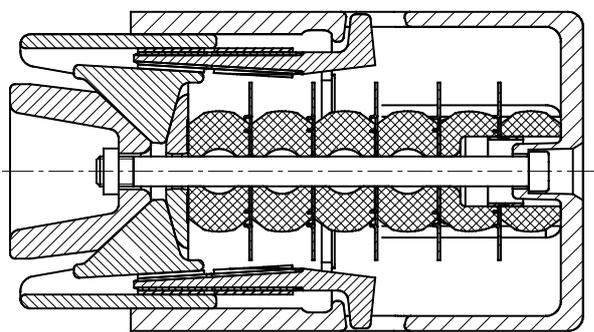


Рис. 1. Принципиальная схема устройства поглощающего аппарата

Движение любой механической системы с одной степенью свободы, в том числе и фрикционного поглощающего аппарата, можно описать уравнением Лагранжа II рода, которое имеет вид:

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial T}{\partial \dot{x}} \right) - \frac{\partial T}{\partial x} = P, \quad (1)$$

где  $T$  – кинетическая энергия системы;  $\dot{x}$  – обобщенная скорость;  $x$  – обобщенная координата;  $P$  – обобщенная сила, действующая на механическую систему.

Масса падающего груза при натурных копровых испытаниях составляет 12900 кг, что значительно больше суммарной массы всех движущихся элементов поглощающего аппарата. В этом случае принимаем в качестве обобщенной координаты перемещение нажимного конуса, масса которого равна массе падающего груза.

Тогда кинетическая энергия движущейся системы составит:

$$T = \frac{M\dot{x}^2}{2}, \quad (2)$$

где  $M$  – масса груза;  $\dot{x}$  – скорость перемещения груза.

Частная производная кинетической энергии системы по скорости перемещения в этом случае определяется выражением:

$$\frac{\partial T}{\partial \dot{x}} = M\dot{x}. \quad (3)$$

Так как кинетическая энергия в явном виде не зависит от положения системы, то:

$$\frac{\partial T}{\partial x} = 0. \quad (4)$$

После преобразований уравнений (2)–(4) уравнение (1) примет вид:

$$\frac{d(M\dot{x})}{dt} = P. \quad (5)$$

Подставив в (5)  $dt = \frac{dx}{\dot{x}}$ , получим

$$M\dot{x}d\dot{x} = Pdx. \quad (6)$$

Уравнение (6) представляет собой дифференциальное уравнение первого порядка, которое определяет зависимость скорости движения системы от ее положения.

Обобщенная сила  $P$ , входящая в уравнение (6), зависит от скорости системы и ее положения, которые определяются углами клиновой системы и коэффициентами трения между движущимися поверхностями.

Усилие  $P$  определим как:

$$P = M \cdot g - \psi \cdot P_{\text{пр}}, \quad (7)$$

где  $\psi$  – коэффициент передачи, показывающий, во сколько раз усилие сжатия аппарата  $P$  превышает усилие сжатия блока упругих элементов  $P_{\text{пр}}$ .

Усилие сжатия блока упругих элементов имеет нелинейную характеристику и определяется экспериментально. При проведении эксперимента велась запись усилия сжатия и соответствующего ему перемещения через каждые 0,25 мм. Характеристика блока упругих элементов на этапе нагрузки после 150 обжатий представлена на рис. 2.

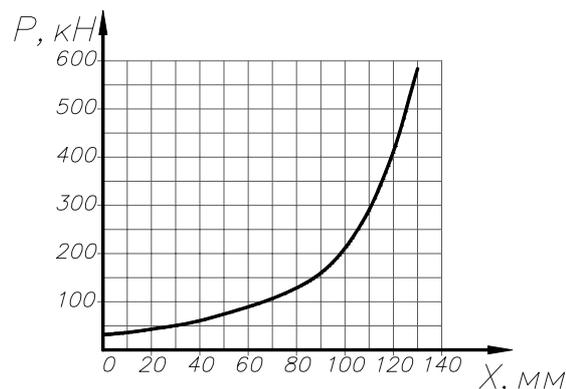


Рис. 2. Силовая характеристика упругих элементов

Заранее трудно знать, какой функцией аппроксимировать силовую характеристику блока упругих элементов, поэтому попробуем несколько вариантов и примем тот, который дает

наименьшую погрешность. Проверим следующие варианты:

1) аппроксимируем интерполяционным многочленом Лагранжа, формула которого имеет вид:

$$\mathcal{J}(x_{\text{np}}) = \sum_{i=0}^n P_{\text{np}}(x_{\text{np}i}) \prod_{i \neq j} \frac{x_{\text{np}} - x_j}{x_i - x_j}. \quad (8)$$

Для этого выберем четное количество, в данном случае 8, точек на кривой. Значения аргумента и функции приведены в табл. 1.

Таблица 1

Значения аргумента и функции								
$i$	1	2	3	4	5	6	7	8
$x$ , мм	0	20	40	60	80	100	120	130
$P_{\text{np}}$ , кН	32	43	61	89	129	211	412	583

В итоге получаем искомую интерполяцию многочленом Лагранжа

$$\begin{aligned} \mathcal{J}(x_{\text{np}}) = & 32 + \frac{422693}{1201200} x_{\text{np}} + \frac{419093}{20592000} x_{\text{np}}^2 - \\ & - \frac{53861}{51450000} x_{\text{np}}^3 + \frac{461}{12870000} x_{\text{np}}^4 - \frac{\pi}{4} - \\ & - \frac{22921}{41184000000} x_{\text{np}}^5 + \frac{13067}{3294720000000} x_{\text{np}}^6 - \end{aligned}$$

$$\mathcal{J}(x_{\text{np}}) = 32 + \frac{x}{20} + \frac{x}{11} + \frac{319}{7} + \frac{560}{187} + \frac{4250}{63} + \frac{450}{4097} + \frac{80768571782}{300990375} - \frac{534073352}{167216875} \cdot x. \quad (10)$$

3) применим аппроксимацию кубическими сплайнами. Данный вид аппроксимации основан на следующих соображениях. В промежутке между каждой парой соседних точек искомая функция представляется многочленом третьей степени, который удобно записать в виде:

$$\begin{aligned} \varphi(x) = & a_i + b_i(x - x_{i-1}) + \\ & + c_i(x - x_{i-1})^2 + d_i(x - x_{i-1})^3, \quad (11) \\ & x_{i-1} \leq x \leq x_i. \end{aligned}$$

$$- \frac{2297}{23063040000000} x_{\text{np}}^7. \quad (9)$$

2) применим аппроксимацию дробно-рациональной функцией

В этом случае искомая функция  $\mathcal{J}(x_{\text{np}})$  может быть записана в явном виде. Для этого вычисляем разделенные разности, определяемые условиями:

$$f^-(x_l, x_k) = \frac{x_l - x_k}{f(x_l) - f(x_k)}$$

и рекуррентным соотношением

$$f^-(x_k, \dots, x_l) = \frac{x_l - x_k}{f^-(x_{k+1}, \dots, x_l) - f^-(x_k, \dots, x_{l-1})}.$$

Интерполирующая дробно-рациональная функция записывается в виде цепной дроби

$$\begin{aligned} f(x) = & f(x_1) + \\ & + \frac{x - x_1}{f^-(x_1, x_2) + \frac{x - x_2}{f^-(x_1, x_2, x_3) + \dots + \frac{x - x_n}{f^-(x_1, \dots, x_n)}}. \end{aligned}$$

В итоге искомая функция дробно-рациональной аппроксимации для значений, представленных в табл. 1:

Коэффициенты многочлена на каждом интервале определим из условий в узлах. Очевидно, в узлах многочлен должен принимать табличные значения функции:

$$\begin{aligned} y_{i-1} = & \varphi(x_{i-1}) = a_i, \quad 1 \leq i \leq N; \\ y_i = & \varphi(x_i) = a_i + b_i h_i + c_i h_i^2 + d_i h_i^3; \\ h_i = & x_i - x_{i-1}. \quad (12) \end{aligned}$$

Число этих уравнений вдвое меньше числа неизвестных коэффициентов, поэтому для оп-

ределенности задачи выпишем первую и вторую производные многочлена:

$$\begin{aligned}\varphi'(x) &= b_i + 2c_i(x - x_{i-1}) + 3d_i(x - x_{i-1})^2; \\ \varphi''(x) &= 2c_i + 6d_i(x - x_{i-1})\end{aligned}$$

при  $x_{i-1} \leq x \leq x_i$  (13)

и потребуем непрерывности этих производных во всех точках, включая узлы. Приравнявая во внутреннем узле  $x_i$  правые и левые пределы производных, получим:

$$\begin{aligned}b_{i+1} &= b_i + 2c_i h_i + 3d_i h_i^2, \quad 1 \leq i \leq N-1 \\ c_{i+1} &= c_i + 3d_i h_i, \quad 1 \leq i \leq N-1\end{aligned}\quad (14)$$

$$\left. \begin{aligned}32 + \frac{5182}{10655}x + \frac{2713}{17048000}x^3, & \quad x < 20 \\ \frac{69553}{2131} + \frac{3329}{8524}x + \frac{4083}{852400}x^2 + \frac{169}{2131000}x^3, & \quad x < 40 \\ \frac{94193}{2131} - \frac{4063}{8524}x + \frac{22563}{852400}x^2 - \frac{27}{266375}x^3, & \quad x < 60 \\ -\frac{217657}{2131} + \frac{58307}{8524}x - \frac{81387}{852400}x^2 + \frac{4911}{8524000}x^3, & \quad x < 80 \\ -\frac{1276729}{2131} + \frac{1085839}{42620}x - \frac{279963}{852400}x^2 + \frac{2637}{1704800}x^3, & \quad x < 100 \\ -\frac{4078604}{2131} + \frac{691741}{10655}x - \frac{154047}{213100}x^2 + \frac{9757}{3409600}x^3, & \quad x < 120 \\ \frac{44178604}{2131} - \frac{1068082}{2131}x + \frac{1702623}{426200}x^2 - \frac{43657}{4262000}x^3, & \quad 110 \leq x\end{aligned}\right\} \quad (16)$$

На рис. 3 представлены графики аппроксимации жесткости упругих блоков многочленом Лагранжа, дробно-рациональной функцией и кубическими сплайнами.

Как видно, все три приближения очень близки и дают вполне приемлемую точность. Поэтому для дальнейших расчетов принимаем зависимость в форме многочлена Лагранжа. Зависимость деформации блока упругих элементов от перемещения нажимного конуса обозначим  $i_{\text{пр}}$ . Далее выведем зависимость для определения  $i_{\text{пр}}$ . Принципиальная схема клиновой системы представлена на рис. 4.

Перемещения клина по неподвижной пластине и по нажимному конусу в зависимости от перемещения нажимного конуса представлены на рис. 5.

Величину перемещения клина по нажимному конусу  $x_1$  и перемещение клина по неподвижной пластине  $x_2$  в зависимости от перемещения нажимного конуса  $x$  определим по треугольнику, представленному на рис. 6.

Недостающие два условия получим, исходя из предположения о нулевой кривизне графика на концах:

$$\begin{aligned}\frac{1}{2}\varphi''(x_0) &= c_1 = 0, \\ \frac{1}{2}\varphi''(x_N) &= c_N + 3d_N h_N\end{aligned}\quad (15)$$

Решая систему уравнений (14)–(15), определим неизвестные коэффициенты. Для значений функции в узлах, представленных в табл. 1, система кубических сплайнов имеет вид:

Из рис. 6 следует:

$$\frac{x_1}{\sin(\gamma)} = \frac{x}{\sin(90^\circ - \alpha - \gamma)}, \quad (17)$$

тогда

$$x_1 = x \frac{\sin(\gamma)}{\sin(90^\circ - \alpha - \gamma)} = x \frac{\sin(\gamma)}{\cos(\alpha + \gamma)} \quad (18)$$

и

$$\frac{x_2}{\sin(90^\circ + \alpha)} = \frac{x}{\sin(90^\circ - \alpha - \gamma)}, \quad (19)$$

тогда

$$x_2 = x \frac{\sin(90^\circ + \alpha)}{\sin(90^\circ - \alpha - \gamma)} = x \frac{\cos(\alpha)}{\cos(\alpha + \gamma)}. \quad (20)$$

Перемещения клина по опорной пластине и перемещение опорной пластины в зависимости от перемещения клина представлены на рис. 7.

Величину перемещения опорной пластины по клину  $x_3$  и абсолютное перемещение опорной пластины  $x_{пр}$  в зависимости от перемещения клина  $x_2$  определим по треугольнику, представленному на рис. 8.

Из рис. 8 следует:

$$\frac{x_3}{\sin(\gamma)} = \frac{x_2}{\sin(90^\circ - \beta)}, \quad (21)$$

тогда

$$x_3 = x_2 \frac{\sin(\gamma)}{\sin(90^\circ - \beta)} = x_2 \frac{\cos(\alpha)\sin(\gamma)}{\cos(\beta)\cos(\alpha + \gamma)} \quad (22)$$

и

$$\frac{x_{пр}}{\sin(90^\circ + \beta - \gamma)} = \frac{x_2}{\sin(90^\circ - \beta)}, \quad (23)$$

тогда

$$x_{пр} = x_2 \frac{\sin(90^\circ + \beta - \gamma)}{\sin(90^\circ - \beta)} = x_2 \frac{\cos(\alpha)\cos(\beta - \gamma)}{\cos(\beta)\cos(\alpha + \gamma)}. \quad (24)$$

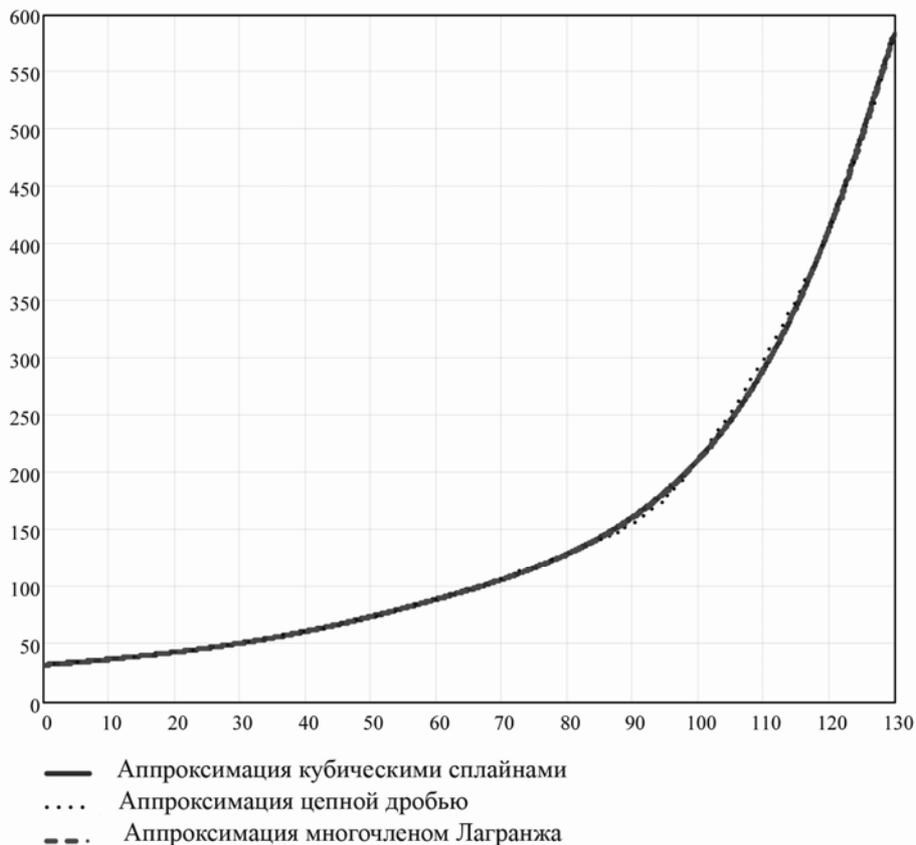


Рис. 3. Аппроксимация жесткости блока упругих элементов различными видами функций



Рис. 4. Принципиальная схема клиновой системы

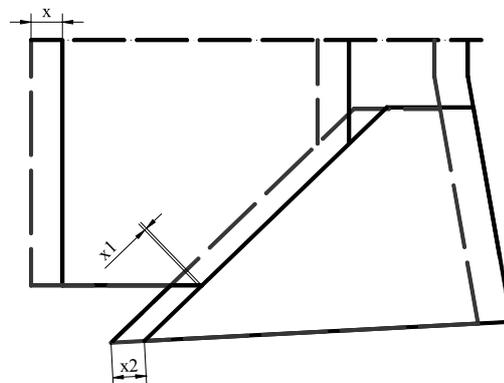


Рис. 5. Зависимость перемещения клина от перемещения нажимного конуса

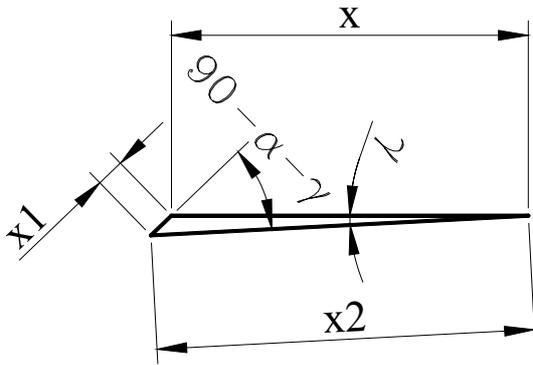


Рис. 6. Схема перемещения нажимного конуса и подвижной пластины

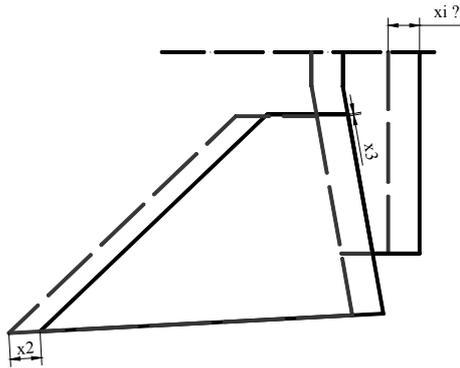


Рис. 7. Зависимость перемещения опорной пластины от перемещения клина

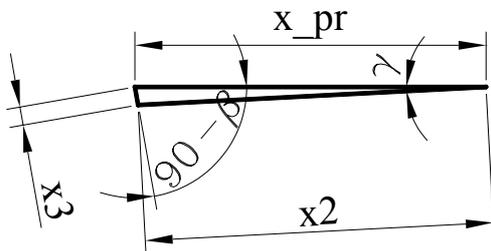


Рис. 8. Схема перемещения опорной пластины и клина

Таким образом, кинематические зависимости между элементами клиновой системы имеют вид:

$$\left. \begin{aligned} i1 &= \frac{\sin(\gamma)}{\cos(\alpha + \gamma)} \\ i2 &= \frac{\cos(\alpha)}{\cos(\alpha + \gamma)} \\ i3 &= \frac{\cos(\alpha)\sin(\gamma)}{\cos(\beta)\cos(\alpha + \gamma)} \\ i_{np} &= \frac{\cos(\alpha)\cos(\beta - \gamma)}{\cos(\beta)\cos(\alpha + \gamma)} \end{aligned} \right\} \quad (25)$$

Обобщенная сила, входящая в уравнение (6), определяется зависимостью:

$$P = M \cdot g - \psi \cdot Ж(x \cdot i_{np}). \quad (26)$$

Коэффициент передачи  $\psi$  найдем, рассмотрим равновесие каждого элемента клиновой системы. При этом выделим два этапа нагружения: I этап – груз давит на нажимной конус, не приводя в движение подвижные пластины; II этап – груз одновременно давит на нажимной конус и подвижные пластины [4, 5].

#### I этап

1) Рассмотрим равновесие нажимного конуса, представленного на рис. 9.

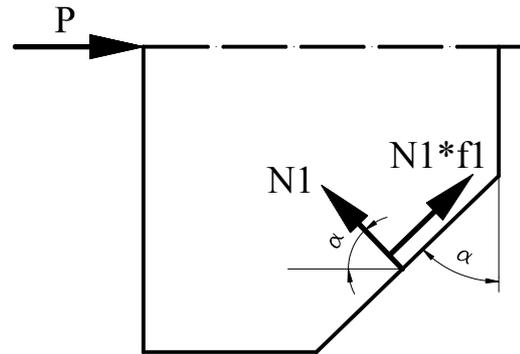


Рис. 9. Равновесие нажимного конуса

$$N_1 \cos(\alpha) - f_1 \cdot N_1 \sin(\alpha) = P. \quad (27)$$

$$N_1 = \frac{P}{\cos(\alpha) - f_1 \sin(\alpha)}. \quad (28)$$

Для фрикционных амортизаторов зависимость коэффициента трения на главной поверхности трения от скорости может быть представлена выражением

$$f = f_0 e^{-bV}, \quad (29)$$

где  $f_0$  – коэффициент трения при  $v = 0$  (коэффициент трения покоя);  $b$  – коэффициент, определяемый опытным путем;  $V$  – скорость трения, которая для каждой из пар трения определяется зависимостями (25).

2) Рассмотрим равновесие клина, представленное на рис. 10.

$$\left. \begin{aligned} -N_2 \sin(\gamma) - N_2 f_2 \cos(\gamma) - N_3 \cos(\beta) + \\ + N_3 f_3 \sin(\beta) + N_1 \cos(\alpha) - N_1 f_1 \sin(\alpha); \\ + N_2 \cos(\gamma) - N_2 f_2 \sin(\gamma) - N_3 \sin(\beta) - \\ - N_3 f_3 \cos(\beta) - N_1 \sin(\alpha) - N_1 f_1 \cos(\alpha) \end{aligned} \right\} \quad (30)$$

Решив уравнения (30) относительно неизвестных  $N_2$  и  $N_3$ , получим:

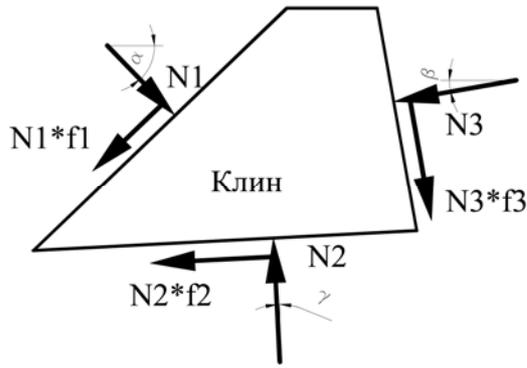


Рис. 10. Равновесие клина

$$N_2 = N_1 \frac{\sin(\alpha + \beta)(1 - f_1 f_3) + \cos(\alpha + \beta)(f_1 + f_3)}{\cos(\beta - \gamma)(1 + f_2 f_3) + \sin(\beta - \gamma)(f_2 - f_3)} \quad (31)$$

$$N_3 = N_1 \frac{\cos(\alpha + \gamma)(1 - f_1 f_2) - \sin(\alpha + \gamma)(f_1 + f_2)}{\cos(\beta - \gamma)(1 + f_2 f_3) + \sin(\beta - \gamma)(f_2 - f_3)} \quad (32)$$

3) Рассмотрим равновесие опорной пластины, представленной на рис. 11.

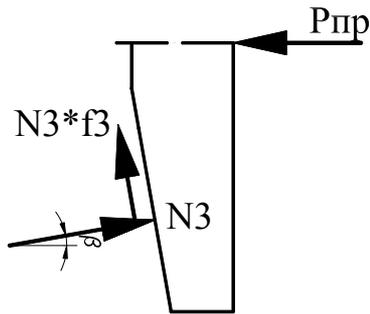


Рис. 11. Опорная пластина

$$N_3 \cos(\beta) - N_3 f_3 \sin(\beta) = P_{пр}; \quad (33)$$

$$P_{пр} = P \frac{\cos(\beta) - f_3 \sin(\beta)}{\cos(\alpha) - f_1 \sin(\alpha)} \times \frac{\cos(\alpha + \gamma)(1 - f_1 f_2) - \sin(\alpha + \gamma)(f_1 + f_2)}{\cos(\beta - \gamma)(1 + f_2 f_3) + \sin(\beta - \gamma)(f_2 - f_3)}. \quad (34)$$

Таким образом, коэффициент передачи на I этапе сжатия поглощающего аппарата составит:

$$\Psi_I = \frac{P}{P_{пр}} = \frac{\cos(\alpha) - f_1 \sin(\alpha)}{\cos(\beta) - f_3 \sin(\beta)} \times \frac{\cos(\beta - \gamma)(1 + f_2 f_3) + \sin(\beta - \gamma)(f_2 - f_3)}{\cos(\alpha + \gamma)(1 - f_1 f_2) - \sin(\alpha + \gamma)(f_1 + f_2)}. \quad (35)$$

## II этап

II этап движения элементов поглощающего аппарата характерен тем, что груз одновременно давит на нажимной конус и подвижные пластины.

Принципиальная схема клиновой системы с учетом подвижной, неподвижной пластины и корпуса представлена на рис. 12.



Рис. 12. Принципиальная схема клиновой системы на II этапе нагружения

Рассмотрим равновесие неподвижной пластины, представленной на рис. 13.



Рис. 13. Неподвижная пластина

$$\left. \begin{aligned} N_4 f_4 + N_2 f_2 \cos(\gamma) + N_2 \sin(\gamma) - N_5 &= 0 \\ N_4 - N_2 \cos(\gamma) + N_2 f_2 \sin(\gamma) &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (36)$$

Решив уравнения (36), получим:

$$N_4 = N_2 (\cos(\gamma) - f_2 \sin(\gamma))$$

$$N_5 = N_2 (\sin(\gamma)(1 - f_2 f_4) + \cos(\gamma)(f_2 + f_4)) \quad (37)$$

После преобразования получим:

$$N_4 = P_{кп} \frac{\cos(\gamma) - f_2 \sin(\gamma)}{\cos(\alpha) - f_1 \sin(\alpha)} \times \frac{\sin(\alpha + \beta)(1 - f_1 f_3) + \cos(\alpha + \beta)(f_1 + f_3)}{\cos(\beta - \gamma)(1 + f_2 f_3) + \sin(\beta - \gamma)(f_2 - f_3)}. \quad (38)$$

Рассмотрим равновесие подвижной пластины, представленной на рис. 14.

$$\left. \begin{aligned} P_{пл} - N_4 f_4 - N_6 f_6 &= 0 \\ N_6 - N_4 &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (39)$$

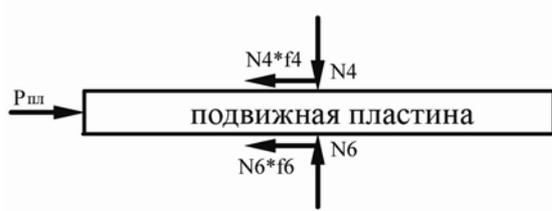


Рис. 14. Подвижная пластина

Решив эти уравнения, получим:

$$\left. \begin{aligned} N_6 &= N_4 \\ P_{пл} &= N_4 (f_4 + f_6) \end{aligned} \right\} \quad (40)$$

После преобразования получим:

$$P_{пл} = P_{кл} (f_4 + f_6) \frac{\cos(\gamma) - f_2 \sin(\gamma)}{\cos(\alpha) - f_1 \sin(\alpha)} \times \frac{\sin(\alpha + \beta)(1 - f_1 f_3) + \cos(\alpha + \beta)(f_1 + f_3)}{\cos(\beta - \gamma)(1 + f_2 f_3) + \sin(\beta - \gamma)(f_2 - f_3)}. \quad (41)$$

Тогда:

$$P = P_{кл} \left( 1 + (f_4 + f_6) \frac{\cos(\gamma) - f_2 \sin(\gamma)}{\cos(\alpha) - f_1 \sin(\alpha)} \times \frac{\sin(\alpha + \beta)(1 - f_1 f_3) + \cos(\alpha + \beta)(f_1 + f_3)}{\cos(\beta - \gamma)(1 + f_2 f_3) + \sin(\beta - \gamma)(f_2 - f_3)} \right) \quad (42)$$

Усилие, действующее на блок упругих элементов, найдем по формуле:

$$P_{пр} = P_{кл} \frac{\cos(\beta) - f_3 \sin(\beta)}{\cos(\alpha) - f_1 \sin(\alpha)} \times \frac{\cos(\alpha + \gamma)(1 - f_1 f_2) - \sin(\alpha + \gamma)(f_1 + f_2)}{\cos(\beta - \gamma)(1 + f_2 f_3) + \sin(\beta - \gamma)(f_2 - f_3)}. \quad (43)$$

Таким образом, коэффициент передачи на II этапе сжатия поглощающего аппарата составит:

$$\Psi_{II} = \Psi_I + (f_4 + f_6) \frac{\cos(\gamma) - f_2 \sin(\gamma)}{\cos(\beta) - f_3 \sin(\beta)} \times \frac{\sin(\alpha + \beta)(1 - f_1 f_3) + \cos(\alpha + \beta)(f_1 + f_3)}{\cos(\alpha + \gamma)(1 - f_1 f_2) - \sin(\alpha + \gamma)(f_1 + f_2)}. \quad (44)$$

После того, как найдены силовые зависимости и подставив (26), (35) и (44) в (6), получим:

$$M \cdot V dV = M \cdot g - \psi(x, V) \cdot \mathcal{K}(x \cdot i_{пр}) dx, \quad (45)$$

где

$$\psi(x, V) = \begin{cases} \psi_I(V) & \text{при } 0 \leq x \leq a \\ \psi_{II}(V) & \text{при } a \leq x \leq x_{\max} \end{cases} \quad (46)$$

Выразив производную скорости по расстоянию, получим:

$$\frac{dV}{dx} = \frac{M \cdot g - \psi(x, V) \cdot \mathcal{K}(x \cdot i_{пр})}{M \cdot V}. \quad (47)$$

Решение уравнения (47) получим методом Рунге-Кутты по формулам шестого порядка, дающим достаточно высокую точность:

$$k_1 = h \cdot f(x, V)$$

$$k_2 = h \cdot f\left(x + \frac{h}{2}, V + \frac{k_1}{2}\right)$$

$$k_3 = h \cdot f\left(x + \frac{h}{2}, V + \frac{1}{4}(k_1 + k_2)\right)$$

$$k_4 = h \cdot f(x + h, V - k_2 + 2k_3)$$

$$k_5 = h \cdot f\left(x + \frac{2h}{3}, V + \frac{1}{27}(7k_1 + 10k_2 + k_4)\right)$$

$$k_6 = h \cdot f\left(x + \frac{h}{5}, V + \frac{1}{625} \begin{pmatrix} 28k_1 - 125k_2 + \\ +546k_3 + \\ +54k_4 - 378k_5 \end{pmatrix}\right)$$

$$V_{i+1} = V_i + \frac{1}{6}(k_1 + 4k_3 + k_4), \quad (48)$$

где  $h$  – шаг интегрирования по  $x$ , принят равным 0,1 мм.

Решением уравнения (47) являются массивы значений  $x_i$  и  $V_i$ . Далее найдем силовую характеристику аппарата по формуле:

$$P_i = \psi(x_i, V_i) \cdot \mathcal{K}(x_i \cdot i_{пр}). \quad (49)$$

Чтобы можно было корректно сопоставить результаты расчетов с результатами испытаний, необходимо рассматривать не только силовую характеристику  $P(x)$ , но и изменение силы и перемещения по времени. Для нахождения массива значений времени по ранее вычисленным массивам скоростей и перемещений используем следующую зависимость:

$$t_i = t_{i-1} + 2 \cdot \frac{x_i - x_{i-1}}{V_i + V_{i-1}}. \quad (50)$$

Таким образом, можно построить зависимости  $x(t)$  и  $P(t)$ .

При расчете по выведенным ранее зависимостям использованы следующие исходные данные:

- углы клиновой системы:  
 $\alpha = 45^\circ$ ;  $\beta = 10^\circ$ ;  $\gamma = 3^\circ$ ;
- коэффициенты трения покоя:  
 сталь по стали  $f_0 = 0,185$ ; сталь по керамике  $f_0 = 0,41$ .
- показатель коэффициента трения:

- сталь по стали  $b = 0,3$ ; сталь по керамике  $b = 0,2$ .
  - масса падающего груза  $M = 12900$  кг.
- Полученная характеристика представлена на рис. 15.

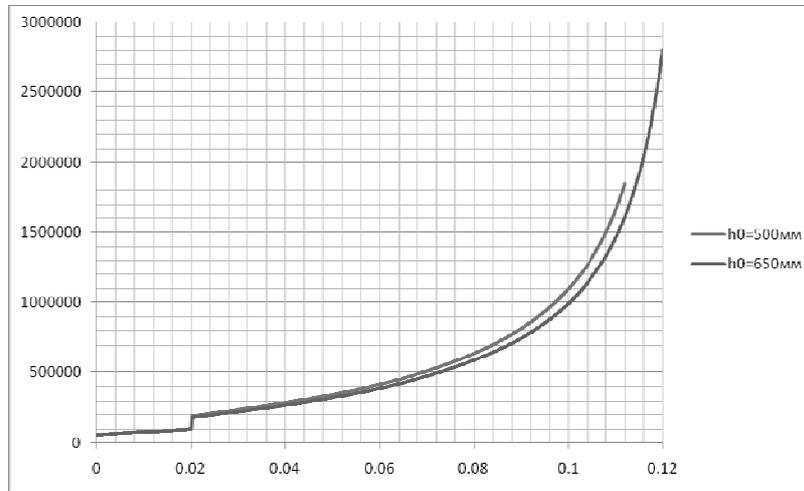


Рис. 15. Силовая характеристика поглощающего аппарата

Таблица 2

$H$ , мм	$V_0$ , м/с	$X$ , мм	$P_{\max}$ , кН	$E$ , кДж
500	3,1	112	1840	74,8
650	3,57	120	2806	93,6

По вышеприведенной методике определены предварительные параметры фрикционно-полимерного поглощающего аппарата АПМ-120-Т1 (см. табл. 2), обеспечивающие его принадлежность к классу Т1. Аппарат модели АПМ-120-Т1 успешно прошел полный комплекс испытаний и в настоящее время ведутся работы по его сертификации.

Некоторые варианты математических моделей амортизаторов удара приведены также в [6].

Таким образом, выполнено описание математической модели работы поглощающего аппарата автосцепки под действием продольных усилий, возникающих при переходных режимах движения на грузовых вагонах в составе поезда.

#### БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Барбарич, С. С. Требования к грузовым вагонам нового поколения [Текст] / С. С. Барбарич, В. Н. Цюренко // Железнодорожный транспорт. – 2001. – № 8. – С. 26-31.
2. Болдырев, А. П. Расчет и проектирование амортизаторов удара подвижного состава [Текст] / А. П. Болдырев, Б. Г. Кеглин. – М.: Машиностроение, 2004. – 198 с.
3. Автосцепное устройство подвижного состава железных дорог [Текст] / под ред. В. В. Коломийченко. – М.: Транспорт, 2002. – 230 с.
4. Никольский, Л. Н. Фрикционные амортизаторы удара [Текст] / Л. Н. Никольский. – М.: Машиностроение, 1964. – 167 с.
5. Никольский, Л. Н. Амортизаторы удара подвижного состава [Текст] / Л. Н. Никольский, Б. Г. Кеглин. – М.: Машиностроение, 1986. – 144 с.
6. Манашкин, Л. А. Гасители колебаний и амортизаторы ударов рельсовых экипажей (математические модели) [Текст] / Л. А. Манашкин, С. В. Мямлин, В. И. Приходько. – Д.: Арт-Пресс, 2007. – 196 с.

Поступила в редколлегию 26.08.2008.