

Е. М. ФРИШМАН (Иерусалимский технологический колледж, Израиль),
М. И. УМАНОВ (ДИИТ)

СРАВНИТЕЛЬНЫЙ АНАЛИЗ ВЕРТИКАЛЬНЫХ И ГОРИЗОНТАЛЬНЫХ СТАТИЧЕСКИХ СИЛ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ ПУТИ И ЭКИПАЖА С МАГНИТНЫМ ПОДВЕШИВАНИЕМ

В работе анализируется взаимосвязь вертикальных и боковых сил взаимодействия, действующих в системе магнитной подвески, содержащей постоянные магниты с прямоугольной формой сечения при постоянном значении вектора намагниченности по объёму. Установлено, что увеличение ширины магнитной полосы (пути и экипажа) приводит к снижению подъемной силы и эффективности магнитной подвески и к увеличению показателя боковой устойчивости.

Ключевые слова: магнитное подвешивание, подъемная сила, эффективность магнитной подвески, постоянный магнит, вертикальные и горизонтальные статические силы

В настоящей работе анализируются взаимосвязь вертикальных и боковых сил взаимодействия, действующие в системе магнитной опоры горизонтального типа (магнитной подвески горизонтального типа – МПГ), содержащей постоянные магниты, отличающиеся высокой стабильностью вектора намагниченности \vec{J} по всему объёму ($\vec{J} = \text{const}$) и обладающие прямоугольной формой сечения. Схема анализируемой системы магнитной опоры изображена на рис. 1 (поперечное сечение магнитных систем).

Для оценки работоспособности схемы МПГ, приведенной на рис. 1, вводится показатель эффективности μ_{eff} , определяемый как отношение вертикальной силы взаимодействия f_z (Н/м) единицы длины системы к весу mg (Н/м) экипажных магнитов $1a$ и $1b$:

$$\mu_{\text{eff}} = f_z / mg. \quad (1)$$

Кроме этого, показателя вводится также показатель устойчивости, равный отношению вертикальной силы к боковой при заданных параметрах магнитной системы подвешивания (физических и геометрических):

$$\gamma = f_z / f_y. \quad (2)$$

Эту же величину можно определить как показатель разгрузки. Действительно, система подвешивания на постоянных магнитах требует установки стабилизирующего в горизонтальной плоскости устройства. В частности, для этой цели могут быть использованы колеса 1 (ролики), как показано на рис. 1. Эти колеса, в отличие от колес рельсового транспорта, «несут» существенно меньшие сосредоточенные нагрузки. Т.е., имеет место «разгрузка» колес при

использовании магнитной опоры со всеми вытекающими отсюда положительными последствиями при определенных условиях эксплуатации транспортной системы с МПГ. Ясно, что при нулевом горизонтальном смещении экипажа в направлении оси OY боковая сила равна нулю. При этом равновесие экипажа является неустойчивым. Из всего вышесказанного становится понятным смысл термина «показатель разгрузки». Чем выше значение γ , тем рациональней используется система подвешивания.

Магнитные полосы пути 2 и экипажа 3 устанавливаются на неферромагнитной основе 4. Направление вектора намагниченности \vec{J} магнитов 2 и 3 обозначены на рисунке стрелкой (рис. 1).

В плоскости YOX система опоры в соответствии с рис. 1 имеет вид, представленный на рис. 2.

На рис. 3 приведена схема опоры, содержащая n магнитных полос, установленных на пути и на экипаже. Боковое смещение магнитных полос экипажа относительно путевых равно \tilde{y} .

Размеры поперечного сечения магнитных полос значительно меньше их длины, т.е.

$$a \ll l \text{ и } b \ll l. \quad (3)$$

Магниты 3 экипажа связаны жестко посредством базы 4-1, изготовленной из неферромагнитного материала. Аналогично магниты пути закреплены на неферромагнитной жёсткой базе 4-2 (возможность использования ферромагнитной основы в настоящей работе не рассматривается).

Основной рабочий зазор – δ . Расстояние между соседними магнитными полосами равно c .

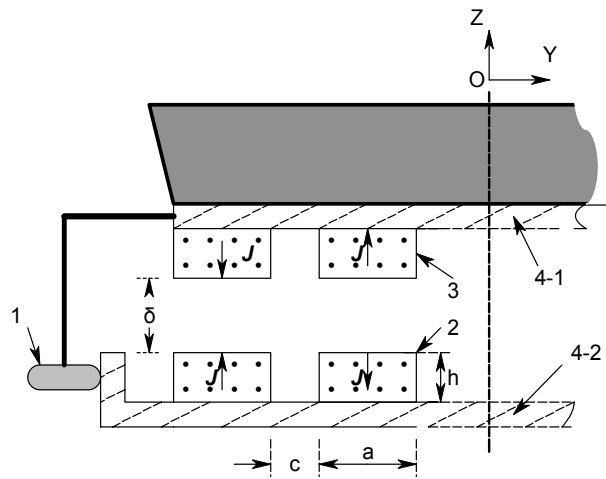


Рис. 1. Схема подвески экипажа

магнитные полосы пути или экипажа

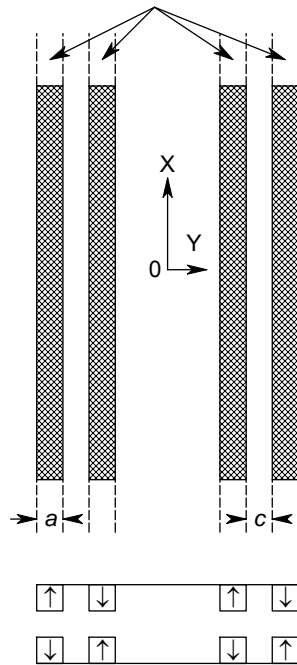


Рис. 2

n магнитных полос

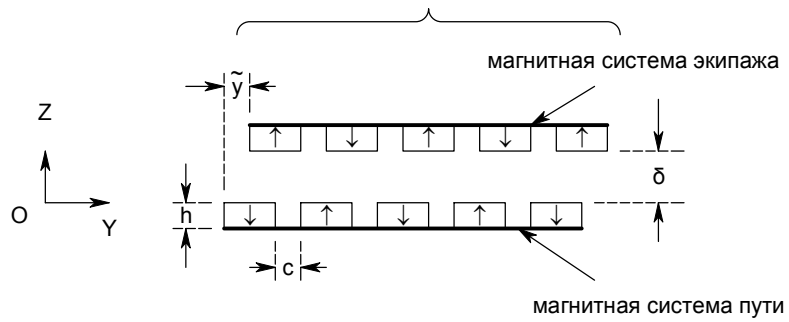


Рис. 3. Схема подвески

Направления вектора намагниченности \vec{J} магнитов 2 и 3 обозначены на рис. 1–3 стрелкой.

Для оценки сил вертикального и горизонтального взаимодействия рассматриваемых магнитных систем можно воспользоваться выражением для потенциальной энергии, которой обладает постоянный магнит, находящийся во внешнем магнитном поле [1]:

$$E_p = \mu_0 \iiint_V \vec{J} \cdot \vec{H} \cdot dV, \quad (4)$$

где $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ Г/м;

\vec{J} – вектор намагниченности магнита пути или экипажа;

$\vec{H}(y, z)$ – вектор напряженности внешнего магнитного поля, создаваемого путевым магнитом. Интегрирование производится по объёму экипажного магнита, обладающего постоянной намагниченностью \vec{J} . Для одной пары взаимодействующих магнитных полос:

$$E_p = \mu_0 J \int_0^b dx \int_{\bar{y}}^{\bar{y}+a} dy \int_{\delta}^{\delta+h} H_z(y, z) dz. \quad (5)$$

Выражения для сил вертикального или бокового взаимодействия пути и экипажа могут быть получены на основании известной формулы $\vec{f} = -\vec{\nabla} E_p$, что для вертикальной и горизонтальной составляющих силы \vec{f} даёт:

$$\vec{f}_z = -\bar{z} \frac{\partial E_p}{\partial z}; \quad \vec{f}_y = -\bar{y} \frac{\partial E_p}{\partial y}. \quad (6)$$

Напряженность магнитного поля $\vec{H}(y, z)$ в (4) может быть найдена с помощью понятия фиктивного магнитного заряда. На рис.4 приведена расчётная схема для определения $\vec{H}(y, z)$. Каждый магнит (или, учитывая соотношения (3), каждая магнитная полоса), изображенный на рис. 1 или 2 и имеющий прямоугольную форму сечения, может быть представлен двумя «заряженными» гранями с поверхностной плотностью магнитного заряда $\sigma = \pm \mu_0 J$ [2].

На основании данных работ [2] и [3], базирующихся на понятии фиктивного магнитного заряда, потенциал двумерного поля, создаваемого «заряженной» гранью в произвольной точке $M(y, z)$ (рис. 5) можно записать в виде:

$$\varphi(y, z) = -\frac{\sigma}{4\pi \cdot \mu_0} \int_0^a \ln [z^2 + (y-u)^2] du. \quad (7)$$

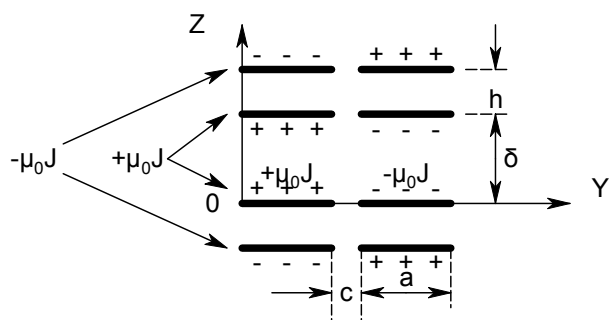


Рис. 4. Расчётная схема для двух пар магнитных полос

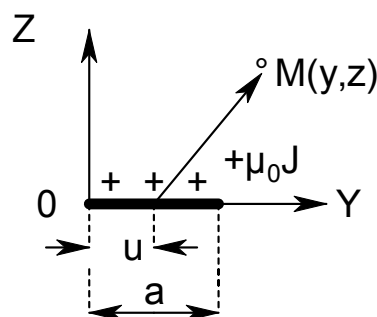


Рис. 5. «Заряженная» грань магнитной полосы

Составляющие напряженности магнитного поля, создаваемого одной полюсной гранью, определяются на основании выражений:

$$H_{z1}(y, z) = -\frac{\partial \varphi(y, z)}{\partial z}; \quad H_{y1}(y, z) = -\frac{\partial \varphi(y, z)}{\partial y}. \quad (8)$$

После подстановки (7) в (8) получим выражения для напряженностей магнитного поля в точке $M(y, z)$:

$$H_{z1}(y, z) = \frac{\sigma}{2\pi\mu_0} (\operatorname{arctg} \frac{y}{z} - \operatorname{arctg} \frac{y-a}{z}); \quad (9)$$

$$H_{y1}(y, z) = \frac{\sigma}{2\pi\mu_0} \left[\ln(y^2 + z^2) - \ln((a-y)^2 + z^2) \right]. \quad (10)$$

Напряженность магнитного поля, создаваемого отдельным магнитом (магнитной полосой) в произвольной точке $M(y, z)$ определится в результате суперпозиции магнитных полей двух «заряженных» граней магнитной полосы:

$$H_z(y, z) = \frac{J}{2\pi} (\operatorname{arctg} \frac{y}{z} + \operatorname{arctg} \frac{y-a}{z+h} -$$

$$-\arctg \frac{y}{z+h} - \arctg \frac{y-a}{z}. \quad (11)$$

В случае взаимодействия двух и более магнитных полос потенциальная энергия системы определяется в результате суммирования энергий:

$$E_{P0} = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n E_{Pij}, \quad (12)$$

где E_{Pij} – потенциальная энергия взаимодействия каждого i -го магнита пути с каждым j -м магнитом экипажа.

Таким образом, в случае установки n магнитных полос в пути и на экипаже вертикальная и боковая силы взаимодействия в расчете на единицу длины одной магнитной полосы экипажа определяются из следующих выражений:

$$f_z = -\frac{1}{b \cdot n} \cdot \frac{\partial}{\partial z} \left(\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n E_{Pij} \right); \quad (13)$$

$$f_y = -\frac{1}{b \cdot n} \cdot \frac{\partial}{\partial \tilde{y}} \left(\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n E_{Pij} \right). \quad (14)$$

В случае установки по одной полосе с каждой стороны пути и экипажа выражение для боковой силы запишется в виде:

$$f_{z,n} = 2n \sum_{j=0}^2 \frac{(-1)^j}{j!(2-j)!} f_z(\tilde{y}, \delta + h \cdot j) + 4 \sum_{i=1}^{n-1} \sum_{j=0}^2 \frac{(-1)^{i+j} (n-1)}{j!(2-j)!} f_z[i(a+c) + \tilde{y}, \delta + j \cdot h]; \quad (17)$$

$$f_{y,n} = 2n \sum_{j=0}^2 \frac{(-1)^j}{j!(2-j)!} f_y(\tilde{y}, \delta + h \cdot j) + 2 \sum_{i=1}^{n-1} \sum_{j=0}^2 \frac{(-1)^{i+j} (n-1)}{j!(2-j)!} \{ f_y[i(a+c) + \tilde{y}, \delta + j \cdot h] - f_y[i(a+c) - \tilde{y}, \delta + j \cdot h] \}. \quad (18)$$

В выражениях (17) и (18):

$$f_z(t,s) = \frac{\mu_0 \cdot J^2}{2\pi} \cdot \left\{ (t+a) \cdot \arctg \frac{t+a}{s} - 2t \cdot \arctg \frac{t}{s} + (t-a) \cdot \arctg \frac{t-a}{s} + \frac{s}{2} \cdot \ln \frac{(s^2 + t^2)^2}{[s^2 + (t-a)^2][s^2 + (t+a)^2]} \right\}; \quad (19)$$

$$f_y(t,s) = \frac{\mu_0 \cdot J^2}{2\pi} \cdot \left\{ 2s \cdot \arctg \frac{t+a}{s} - 2 \arctg \frac{t}{s} + \arctg \frac{t-a}{s} + (t+a) \cdot \ln[(t+a)^2 + s^2] - 2t \cdot \ln(t^2 + s^2) + (t-a) \cdot \ln[(t-a)^2 + s^2] \right\}. \quad (20)$$

$$f_{y2} = \frac{2M}{2} \int_{\delta}^{\delta+h} H_z(y,z) \Big|_{\tilde{y}}^{\tilde{y}+a} dz. \quad (15)$$

а в случае установки двух пар с каждой стороны относительно оси симметрии (см. рис. 2):

$$f_{y2} = \frac{2M}{2} \int_{\delta}^{\delta+h} H_z(y,z) \Big|_{\tilde{y}}^{\tilde{y}+a} dz - \frac{M}{2} \int_{\delta}^{\delta+h} H_z(y,z) \Big|_{\tilde{y}}^{\tilde{y}+2a+c} dz + \frac{M}{2} \int_{\delta}^{\delta+h} H_z(y,z) \Big|_{a+c-\tilde{y}}^{-\tilde{y}+2a+c} dz \quad (16)$$

В выражениях (15) и (16):

$$M = \mu_0 J.$$

Для n магнитных полос, уложенных с чередованием полярностей вертикальная и боковая (дестабилизирующая) силы соответственно могут быть записаны так:

В свою очередь, $f_z(t,s)$ и $f_y(t,s)$ – это силы взаимодействия «заряженных» граней, см. рис. 6.

В табл. 1 приведены результаты расчетов боковой силы f_y при $\tilde{y}=1$ мм в зависимости от ширины магнитной полосы a . В этой же таблице представлены значения отношений f_z/f_y и f_z/mg . Расчеты осуществлены при $n=3$.

В табл. 2 приведены результаты расчетов боковой силы при двух значениях относительного бокового смещения магнитных систем пути и экипажа. Из анализа полученных данных можно прийти к следующим **выводам**:

1. Увеличение ширины магнитной полосы приводит к снижению удельной вертикальной силы f_z отталкивания (подъемной силы).

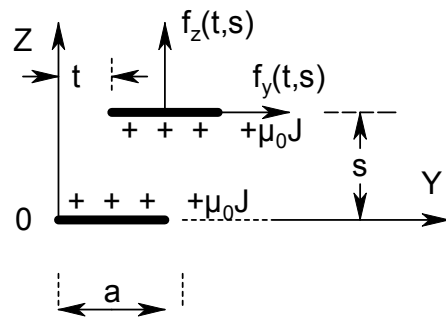


Рис. 6. К взаимодействию «заряженных» граней

Таблица 1

Зависимость боковой силы от ширины магнитной полосы
($n=3, \tilde{y}=1$ мм, $c=15$ мм, $a=1,2h$)

$\delta, \text{мм}$	$a, \text{мм}$	$h, \text{мм}$	$f_z, \text{Н/м}$	$f_y, \text{Н/м}$	$\gamma = f_z / f_y$	$\mu_{eff} = f_z / mg$
1	2	3	4	5	6	7
5	10	8,3	55,7	9,5	5,9	14,5
	20	16,7	203	20,0	9,7	13,2
	30	25	388	29,8	13,0	11,2
	40	33,3	590	37	16,0	9,6
	50	41,7	804	43	18,7	8,4
	60	50	1024	48	21,2	7,4
	70	58,3	1249	53	23,7	6,6
7,5	10	8,3	37	5,6	6,6	-
	20	16,7	158	15,2	10,4	9,7
	30	25	322	23,3	13,8	10,3
	40	33,3	507	30,0	16,9	9,3
	50	41,7	706	36,0	19,8	8,3
	60	50	914	41,0	22,5	7,4
	70	58,3	1127	45,0	25,0	6,6
10	10	8,3	26	3,6	7,2	6,7
	20	16,7	125	11,5	10,9	8,2
	30	25	270	18,8	14,3	7,8
	40	33,3	439	25,0	17,5	7,1
	50	41,7	623	31,0	20,4	6,5
	60	50	819	35,0	23,0	5,9
	70	58,3	1022	39,4	26,0	5,4

Зависимость боковой силы от расстояния между полосами
($n=3$, $\delta=7,5$ мм)

\tilde{y} , мм	c , мм	a_1 , мм	h_1 , мм	f_{y1} , Н/м	a_2 , мм	h_2 , мм	f_{y2} , Н/м	f_z / f_{y1}	f_z / f_{y2}
1	5	20	16,7	19,4	60	50	47,7	8,43	19,3
	10	20	16,7	23,2	60	50	52,3	9,24	20,0
	15	20	16,7	15,2	60	50	40,7	10,44	22,5
2	5	20	16,7	38,4	60	50	95,1	4,25	9,7
	10	20	16,7	45,8	60	50	103,2	4,68	10,1
	15	20	16,7	30,0	60	50	81,5	5,27	11,3

2. Эффективность магнитной подвески μ_{eff} снижается с увеличением ширины a магнитной полосы (пути и экипажа).

Показатель устойчивости $\gamma = f_z / f_y$ возрастает (боковая устойчивость улучшается) с ростом ширины магнитной полосы a . Можно сказать, что отношение вертикальной силы взаимодействия магнитных систем к боковой силе (при заданной величине бокового смещения магнитной системы экипажа) заметно возрастает с ростом ширины магнитной полосы.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Rao, N. N. Elements of Engineering Electromagnetics [Text] / N. N. Rao. – Prentice-Hall Inc, 2000.

2. Baran, W. Berechnung von Anziehungs- und Haftkräften für Magnet emit Feinpolteilung [Text] / W. Baran // Techn. Mitt. Krupp Forsch. – Ber., 1963. – N 21. – S. 72–83.

3. Фришман, Е. М. Определение вертикальной и боковой сил взаимодействия пути и экипажа магнитном подвесе в случае чередования полярностей полюсных граней магнитных полос [Текст] / Е. М. Фришман. – Деп. рук. № 1885. – Оpubл. в указателе ВИНТИ «Деп. рукописи». – 1982. – № 9. – С. 74.

Поступила в редколлегию 14.12.2011.

Принята к печати 20.12.2011.

Є. М. ФРИШМАН, М. Й. УМАНОВ

ПОРІВНЯЛЬНИЙ АНАЛІЗ ВЕРТИКАЛЬНИХ ТА ГОРИЗОНТАЛЬНИХ СТАТИЧНИХ СИЛ ВЗАЄМОДІЇ КОЛІЙ І ЕКІПАЖУ З МАГНІТНИМ ПІДВІШУВАННЯМ

У статті аналізується взаємозв'язок вертикальних та бічних сил взаємодії, що діють у системі магнітної підвіски, яка має постійні магніти прямокутної форми перерізу із постійним значенням вектора намагнічування в усьому об'ємі. Встановлено, що збільшення ширини магнітної смуги (колії та екіпажу) веде до зниження підйомної сили та ефективності магнітної підвіски та до збільшення показника бічної стійкості.

Ключові слова: магнітне підвішування, підйомна сила, ефективність магнітної підвіски, постійний магніт, вертикальні та горизонтальні статичні сили

E. M. FRISHMAN, M. I. UMANOV

COMPARATIVE ANALYSIS OF VERTICAL AND HORIZONTAL STATIC INTERACTION FORCES BETWEEN TRACK AND MAGNETIC SUSPENSION VEHICLE

In the article an analysis of interrelation of vertical and lateral interaction forces acting in the magnetic suspension system having permanent magnets of rectangular cross section with the constant (throughout the magnet volume) value of magnetization vector is performed. It is found that the increase in the magnetic bend width (for track and vehicle) leads to improving the lateral stability index as well as reducing the elevating power and the magnetic suspension efficiency.

Keywords: magnetic suspension, elevating power, magnetic suspension efficiency, permanent magnet, vertical and horizontal static forces